Департамент образования Ивановской области
областное государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Шуйский технологический колледж»
155901 г. Шуя, Ивановская обл., Учебный городок, 1
(49351) 4-70-81 www.prof4.ru liceyshuya@mail.ru

Внеаудиторная

самостоятельная работа

по учебной дисциплине

МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА, НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО

АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ

для специальности 23.02.03
«Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта»

г.Шуя, 2015 год

Введение

Самостоятельная работа над учебным материалом состоит из следующих элементов:

1. Изучение материала по учебнику.
2. Выполнение домашних заданий.
3. Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы (ВСР).

В сборнике предлагается перечень внеаудиторных самостоятельных работ, которые обучающиеся должны выполнить в течение учебного года.

При выполнении (ВСР) обучающиеся могут обращаться к преподавателю для получения консультации.

Внеаудиторная самостоятельная работаобучающихся – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская, проектная работа, выполняемая за рамками расписания учебных занятий по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия и является обязательной для каждого обучающегося.

Целью самостоятельной работы обучающихсяявляется:

- обеспечение профессиональной подготовки выпускника в соответствии с ФГОС СПО;
- формирование и развитие общих компетенций, определённых в ФГОС СПО;
- формирование и развитие профессиональных компетенций, соответствующих основным видам профессиональной деятельности.

Задачами, реализуемые в ходе проведения внеаудиторной самостоятельной работыобучающихся, в образовательной среде колледжа являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- развитие познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления: способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;
- развитие исследовательских умений.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит свое отражение:

- в рабочем учебном плане – в целом по циклам основной профессиональной образовательной программы, отдельно по каждому из учебных циклов, по каждой дисциплине, междисциплинарному курсу;
- в рабочих программах учебных дисциплин с ориентировочным распределением по разделам и темам.

Контроль результатов самостоятельной работы обучающихсяможет осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и самостоятельную работу по дисциплине математика и может проходить в письменной, устной или смешанной форме с предоставлением изделия или продукта творческой деятельности.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегосяявляются:

- уровень освоения учебного материала;
- умение использовать теоретические знания и умения при выполнении практических задач;
- уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

Указания к выполнению ВСР

1. ВСР нужно выполнять в отдельной тетради в клетку, чернилами черного или синего цвета. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. После получения проверенной преподавателем работы обучающийся должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.
5. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения ВСР производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

При реализации содержания общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» для специальности «Механизация сельского хозяйства» максимальная учебная нагрузка обучающихся составляет 351 часов, в том числе:

обязательная аудиторная учебная нагрузка обучающихся - 234 часов;

внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся - 117 часов.

Планирование

Тема программы	№ п/п	Внеаудиторная самостоятельная работа	Кол-во часов
Повторение материала за курс основной школы	**1**	Выполнение сообщения по теме: «История возникновения числовых и буквенных выражений»	**3**
	2	Решение алгебраических уравнений и неравенств с одной переменной.	**3**
Числовые функции	**3**	Построение графиков функции	**3**
Тригонометрические функции	**4**	Выполнение презентации по теме: «История возникновения тригонометрии»	**4**
	5	Решение задач по теме: «Тригонометрические функции углов поворота»	**3**
Тригонометрические уравнения	**6**	Решение тригонометрических уравнений	**3**
Преобразование тригонометрических выражений	**7**	Выполнение проекта «Развитие тригонометрии с XVI века до нашего времени»	**6**
Введение в стереометрию	**8**	Составление кроссвордов на тему: «Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»	**3**
Параллельность прямых и плоскостей	**9**	Выполнение презентации «Параллельность в моей профессии»	**6**
	10	Выполнение реферата «Загадки пирамиды»	**3**
Перпендикулярность прямых и плоскостей	**11**	Решение задач по теме «Теорема о трех перпендикулярах»	**3**
	12	Решение задач по теме: «Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями»	**3**
Производная	**13**	Решение задач по теме «Вычисление предела функции»	**2**
	14	Решение задач по теме «Геометрический смысл производной»	**2**
	15	Решение задач по теме «Применение производной к исследованию функции»	**4**
Многогранники	**16**	Выполнение моделей многогранников	**4**
Степени и корни. Степенные функции	**17**	Выполнение презентации «Свойства корней»	**3**
	18	Решение задач по теме: «Преобразование выражений, содержащих степени с дробными показателями»	**2**
Показательная и логарифмическая функции	**19**	Решение задач по теме: «Решение показательных уравнений, неравенств и систем уравнений»	**2**
	20	Решение задач по теме: «Преобразование выражений, содержащих показательные и логарифмические функции»	**3**
	21	Решение задач по теме: «Решение логарифмических уравнений и неравенств»	**3**
Векторы в пространстве	**22**	Выполнение проекта «Векторы в пространстве»	**4**

Метод координат в пространстве	**23**	Выполнение реферата «Декарт и его математические труды»	**4**
Первообразная и интеграл	**24**	Решение задач по теме «Вычисление определенного интеграла»	**4**
	25	Решение задач по теме «Применение интеграла для вычисления площадей и объемов»	**4**
Цилиндр, конус, шар	**26**	Выполнение проекта «Тела вращения в моей профессии»	**6**
Объемы тел	**27**	Выполнение сообщения по теме: «Объемы тел»	**5**
	28	Решение задач по теме «Площади поверхности и объем фигур вращения»	**3**
Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей	**29**	Решение задач по теме: «Операции над множествами»	**2**
	30	Решение задач по теме «Элементы теории вероятности»	**3**
	31	Выполнение сообщения на тему: «Практическое применение комбинаторных задач»	**4**
Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств	**32**	Выполнение проекта «Математика без формул, уравнений и неравенств»	**4**
Заключительное повторение курса математики	**33**	Приготовить сообщение на тему: «Жизнь и деятельность математиков-ученых»	**6**
			117

Самостоятельная работа №1

Тема: «Повторение материала за курс основной школы»

Выполнить сообщение по теме: «История возникновения числовых и буквенных выражений»

Цель: привить обучающимся навыки самостоятельного исследования и умение творчески выполнять работу.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СООБЩЕНИЙ

- ✓ Текст сообщения распечатать на бумаге формата А4.
- ✓ По всем сторонам листа оставить поля от края листа. Размеры: левого поля - 20 мм; правого поля - 10 мм; верхнего поля - 15 мм; нижнего поля - 15 мм.
- ✓ Использовать шрифт TimesNewRoman. Цвет шрифта должен быть чёрным, кегль – 12 пт. Можно использовать компьютерные возможности акцентирования внимания на определённых терминах, применяя различные способы начертания.
- ✓ Заголовки следует располагать в середине строки без точки в конце и печатать прописными буквами, не подчеркивая.
- ✓ Для абзацев, не являющихся заголовками, установить отступ первой строки на 12,5 мм и выравнивание – по ширине. Расстояние между абзацами – 3 пт.
- ✓ Если в сообщении более одной страницы, то страницы следует нумеровать арабскими цифрами.

- ✓ Обязательно напечатать список использованных источников (название статей, сайтов, или др. и адреса Web-страниц). В сообщении должны быть ссылки на используемую литературу.
- ✓ Не забудьте подписать сообщение (указать фамилию, имя учащегося, подготовившего сообщение).

ТЕМЫ СООБЩЕНИЙ:

1. Системы счислений
2. Египетская знаковая система
3. Вавилонская система счисления
4. Славянский цифровой алфавит
5. Римская система счисления
6. Индийская системы счисления
7. Современная десятичная система счисления
8. История чисел

Основное требование к содержанию: **сообщение должно быть информативно и интересно** для большинства одногруппников.

Самостоятельная работа №2

Тема: «Повторение материала за курс основной школы»
Решение алгебраических уравнений и неравенств с одной переменной.
Цель: Знать методы решения линейных, квадратных уравнений и неравенств. Применять их при решении упражнений.

Теоретический материал:

Простейшее линейное уравнение: $ax + b = 0$.

$$\begin{cases} x = -\frac{b}{a}, если a \neq 0; \\ x \in (-\infty; \infty), если a = 0, \\ нет решения, если a = 0, b \neq 0. \end{cases}$$

Приведенное квадратное уравнение: $x^2 + px + q = 0$

Теорема Виета: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p x_2 \cdot x_2 = q. \end{cases}$

Решение квадратных уравнений:

$a \cdot x^2 + bx + c = 0$

$D = b^2 - 4ac,$

Если $D > 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

Если $D = 0$, то $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, то корней нет

Алгоритм решения квадратного уравнения	Решить квадратное уравнение
1. Найдите коэффициенты квадратного уравнения 2. Запишите формулу для нахождения дискриминанта квадратного уравнения 3. Найдите дискриминант 4. Запишите формулу для нахождения корней квадратного уравнения 5. Найдите корни квадратного уравнения 6. Запишите ответ	$\mathbf{2x^2+5x-7=0}$ a= , b= , c= D= D= $x_{1,2}$= x_1= x_2= Ответ:

Решить самостоятельно уравнения:

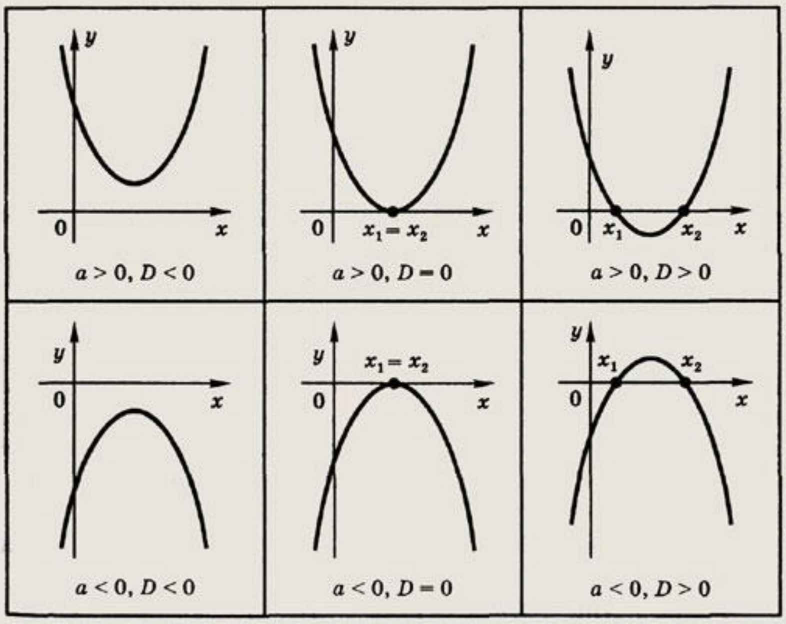
№п/п	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	$x^2=3x$	$x^2+3x=0$	$3x-x^2=0$
2	$2x^2+4=0$	$2x^2-4=0$	$3x^2+27=0$
3	$-3x^2+27=0$	$\frac{x^2}{3}=3$	$x^2-4x=5$
4	$x^2-14x=-48$	$105+x^2=22x$	$4x+x^2=-15$
5	$x^2+8x+7=0$	$\frac{x^2}{x+3}=\frac{x}{x+3;}$	$\frac{x^2-6x}{x-5}=\frac{5}{5-x}$
6	$\frac{x^2-6x}{x-5}-\frac{5}{x-5}=0$	$\frac{x^2-4}{x}=\frac{3+2x}{2}$	$\frac{8}{x}=3x+2$
7	$x^2-9x+8=0$	$x^2+x-6=0$	$x^2+\frac{3}{8}=\frac{5x}{4}$
8	$x^2+\frac{1}{3}=\frac{7x}{6}$	$2x^2+3=x^2$	$-x^2+4x=3$
9	$\frac{3x+1}{x+2}=1+\frac{x-1}{x-2}$	$\frac{2x-2}{x+3}-\frac{x+3}{3-x}=5$	$\frac{4}{9x^2-1}-\frac{4}{3x+1}=\frac{5}{1-3x}$
10	$\frac{4}{x+3}+1=\frac{1}{x-3}+\frac{5}{3-x}$	$\frac{3}{x}-\frac{4}{1-x}=\frac{5-x}{x^2-1}$	$\frac{3x-2}{x}+\frac{1}{2-x}=\frac{3x+4}{x^2-2x}$

Решение линейных и квадратных неравенств

Теоретический материал

Алгоритм решения квадратного неравенства $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$

1. *Найти корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$.*
2. *Отметить найденные корни на оси x и определить, куда (вверх или вниз) направлены ветви параболы, служащей графиком функции $y = ax^2 + bx + c$; сделать набросок графика.*
3. *С помощью полученной геометрической модели определить, на каких промежутках оси x ординаты графика положительны (отрицательны); включить эти промежутки в ответ.*



Решить самостоятельно:

	Вариант 1	Вариант 2
1	$4x + 2 < 0$	$-8x - 6 > 0$
2	$-5x - 1 \leq 0$	$5x - 6 \leq -2$
3	$-10x + 4 > -6$	$5x + 9 < -10$
4	$6x - 3 \geq -6 + 8x$	$-3x + 2 < 4 + 3x$
5	$4(2 + x) \leq 1$	$3(-4 - x) \leq 9$
6	$5 - 2(-3x + 5) > 1$	$-2(-3 + 7x) + 6x \leq -8$
7	$x^2 + 8x + 12 < 0$	$x^2 + 3x - 40 > 0$

Самостоятельная работа №3

Тема: «Числовые функции»

Построение графиков функции.

Цель: Уметь по графику функции определить ее свойства. Уметь строить графики функций.

Теоретический материал

Понятие функции

Если каждому значению **x** из некоторого множества чисел поставлено в соответствие число **y**, то говорят, что на этом множестве задана **функция y(x)**

При этом **x** называют **независимой переменной** или **аргументом**, а **y** – **зависимой переменной** или **функцией.** **y = f(x)**

Область определения и множество значений функции

Областью определения функции называют множество всех значений, которые может принимать ее аргумент. Обозначается D(y)

Множество значений (или область значений) функции – это множество всех значений переменной y. Обозначается E(y)

Способы задания функции

- аналитический (с помощью формулы);
- графический (с помощью графика);
- табличный (с помощью таблицы значений);
- словесный (правило задания функции описывается словами).

Свойства функций:

1. **Монотонность**

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** на множестве X, если для любых двух элементов из этого множества, таких, что $x_1<x_2$, выполняется условие $f(x_1) <f(x_2)$.

(Функцию называют возрастающей, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции)

Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей** на множестве X, если для любых двух элементов из этого множества, таких, что $\mathbf{x_1<x_2}$, выполняется условие $\mathbf{f(x_1) >f(x_2)}$.

(Функцию называют **убывающей,** если **большему** значению аргумента соответствует **меньшее** значение функции)

2. **Ограниченность**

Функцию $y = f(x)$ называют **ограниченной снизу** на множестве X, если существует число m, такое, что для любого значения $x \in X$, выполняется неравенство

$f(x) >m$.

Функцию $y = f(x)$ называют **ограниченной сверху** на множестве X, если существует число M, такое, что для любого значения $x \in X$, выполняется неравенство

$f(x) <M$.

Если функция ограничена и снизу и сверху, то ее называют ограниченной

3. **Наибольшее и наименьшее значения функции**

Число m называют наименьшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X, если:

существует число $x_o \in X$ такое, что $f(x_o) = m$; для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство

$$\mathbf{f(x) \geq f(x_o)}.$$

Число M называют наибольшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X, если:

существует число $x_o \in X$ такое, что $f(x_o) = M$;

для любого значения x ∊ X выполняется неравенство

$f(x) \le f(x_o)$.

4. **Четность или нечетность**

Функцию y = f(x), x ∊ X называют **четной**, если для любого значения x из множества X выполняется равенство **f(-x) = f(x)**

График четной функции симметричен относительно оси ординат.

Функцию y = f(x), x ∊ X называют **нечетной**, если для любого значения x из множества X выполняется равенство **f(–x) = – f(x).**

График нечетной функции симметричен относительно начала координат

5. **Точки экстремума**

Точку x_o называют точкой **максимума** функции y = f(x), если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_o) выполняется неравенство

$f(x) < f(x_o)$.

Точку x_o называют точкой **минимума** функции y = f(x), если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_o) выполняется неравенство

$f(x) > f(x_o)$.

Точки максимума и минимума объединяют общим названием – **точки экстремума**

6. **Периодичность**

Говорят, что функция y = f(x), x ∊ X имеет **период T**, если для любого x ∊ X выполняется равенство

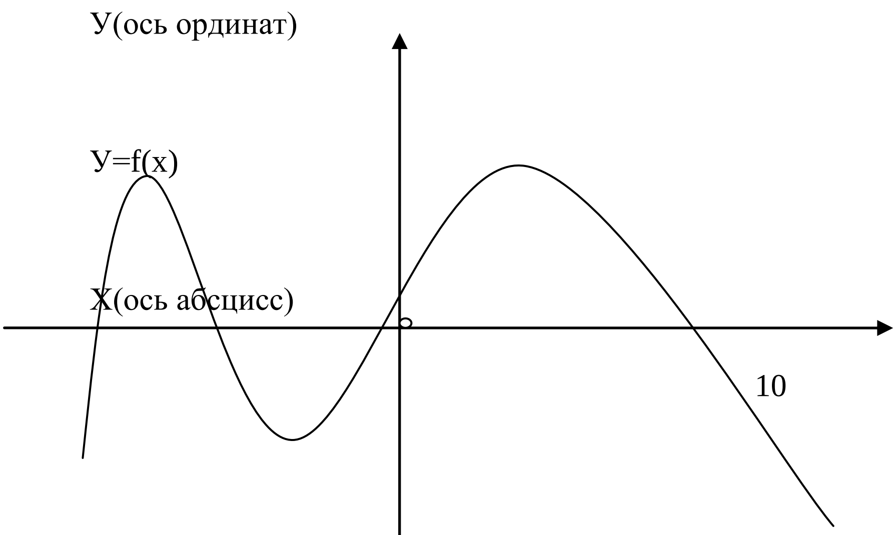
f(x – T) = f(x) = f(x + T).

Функцию, имеющую отличный от нуля период называют **периодической**.

Если функция y = f(x), x ∊ X имеет период T, то любое число, кратное T (т.е. число вида kT, k∊Z), также является ее периодом.

График функции

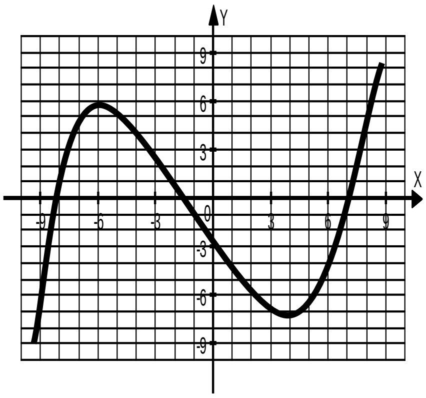
Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости **(x; y(x))**, абсциссы которых равны значениям независимой переменной из области определения этой функции, а ординаты – соответствующим значениям функции



Решить самостоятельно

Вариант 1

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите промежуток убывания функции:
1. $(-\infty; 5]$; 2. $(-6; 4)$; 3. $[-6; 4]$; 4. $[4; \infty)$.
2. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.
3. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.
4. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, указать промежутки, где $f(x) > 0$.

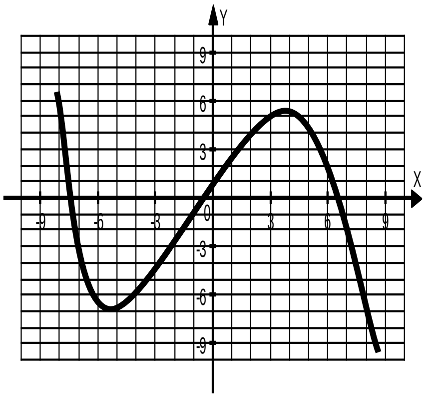


5. Найти область определения функции $y = \sqrt{x - 4}$.
   1. $[4; \infty)$; 2. $(4; \infty)$; 3. $(-\infty; 4]$; 4. $(-\infty; 4)$
   6. Укажите наибольшее значение функции $y = 2x - 10$ на отрезке $[-1; 2]$.
   1. -12; 2. 8; 3. -6; 4. -2.
7. При каких значениях x функция $y = 2x - 4$ принимает положительные значения?
   1. $[-2; \infty)$; 2. $(2; \infty)$; 3. $(-\infty; 0{,}5)$; 4. $(-\infty; 2]$.
8. Найдите нули функции $y = x^2 + 2x$.
   1. $\{-1; -2\}$; 2. $\{0\}$; 3. $\{0; 2\}$; 4. $\{0; -2\}$.
9. Постройте график функции: $y = (x - 2)^2 + 3$

Вариант 2

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите промежуток возрастания функции.
   1. $(-\infty; 4]$; 2. $[-5; 4]$; 3. $(-5; 4)$; 4. $[4; \infty)$.
2. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.
3. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.

4. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, указать промежутки, где $f(x) > 0$.



5. Найти область определения функции $y = \frac{5}{x+4}$.

1. $(-\infty; -4) \cup (-4; \infty)$; 2. $(-4; \infty)$; 3. $[4; \infty)$; 4. $(-\infty; -4] \cup [4; \infty)$.

6. Укажите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{x+2}$ на отрезке $[0; 2]$.

1. -1; 2. $-\frac{1}{2}$; 3.1; 4.0,5.

7. При каких значениях x функция $y = 3x + 6$ принимает отрицательные значения?

1. $(-2; \infty)$; 2. $[2; \infty)$; 3. $(-\infty; -2)$; 4. $(-\infty; 2]$.

8. Найдите нули функции $y = 3x - x^2$.

1. $\{-1; 3\}$; 2. $\{0; -3\}$; 3. $\{0\}$; 4. $\{0; 3\}$.

10. Постройте график функции: $y = (x + 2)^2 + 1$.

Самостоятельная работа № 4

Тема: «Тригонометрические функции»
Выполнение презентации по теме: «История возникновения тригонометрии»

Цели:

1. Усвоение и закрепление новых знаний полученных при работе с дополнительной литературой и использование интернет ресурсов.
2. Формирование умений и навыков при работе с книгой.Воспитание самоконтроля

Общие требования к презентации:

- Презентация не должна быть меньше 10 слайдов.
- Первый лист – это титульный лист, на котором обязательно должны быть представлены: название проекта; название выпускающей организации; фамилия, имя, отчество автора;, где работает автор проекта и его должность.

- Следующим слайдом должно быть содержание, где представлены основные этапы (моменты) урока-презентации. Желательно, чтобы из содержания по гиперссылке можно перейти на необходимую страницу и вернуться вновь на содержание.
- Дизайн-эргономические требования: сочетаемость цветов, ограниченное количество объектов на слайде, цвет текста.
- В презентации необходимы импортированные объекты из существующих цифровых образовательных ресурсов. (Наиболее приемлемым и удобным в работе является ЦОР «Использование MicrosoftOffice». К данному ресурсу имеются учебно-методические рекомендации для педагогов. Вновь же пришедшие ЦОРы, в основном, сложны в управлении, требуют от учителя-предметника дополнительных серьёзных знаний в области информатики и ИКТ);
- последними слайдами урока-презентации должны быть глоссарий и список литературы.

Самостоятельная работа №5

Тема: «Тригонометрические функции»

Решение задач по теме: «Тригонометрические функции углов поворота»

Цель работы:

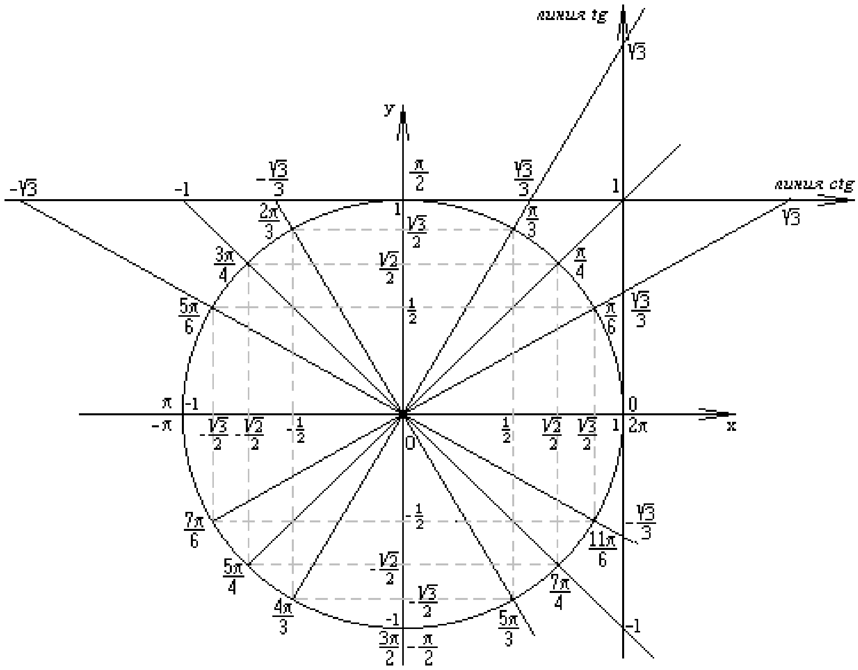
1.Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Тригонометрические функции углов поворота».

2.Закрепить и систематизировать знания по теме

3.Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Теоретический материал

На рисунке совмещены декартова система координат и окружность единичного радиуса. Окружность «эквивалентна» понятию координатной прямой (начало отсчета – точка пересечения окружности с положительной частью оси *Ox*, положительное направление – против часовой стрелки, единичный отрезок выражен через число π). На окружности отмечены точки, полученные при повороте радиуса окружности, совпадающего с положительной частью оси *Ox*, на различные углы α . Абсциссы этих точек $- \cos\alpha$, ординаты $- \sin\alpha$. Дополнительно проведены две касательные к окружности (линии тангенса и котангенса).



Вопросы для самоконтроля

Ответить на контрольные вопросы:

1. а) Что такое угол в 1 радиан?

б) Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла

в) Как зависят знаки $sin\alpha,\ cos\alpha,\ tg\alpha,\ ctg\alpha$ от того, в какойкоординатной четверти расположена точка P_α ? Назовите этизнаки.

2.Изучить условие заданий для практической работы.Оформить отчет о работе.

Решить самостоятельно один из вариантов:

<u>Вариант 1.</u>

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: 18^0, -250^0; б) в градусной мере: $\dfrac{\pi}{15}$, $-\dfrac{\pi}{3}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $\dfrac{\pi}{3}$.
3. Определите знак: $sin\left(-212^0\right)$ и $ctg\,\dfrac{7\pi}{9}$.
4. Вычислите: а) $2cos\dfrac{3\pi}{2}-\dfrac{1}{2}tg\pi+sin\dfrac{\pi}{2}$; б) $\dfrac{sin\,4\pi-sin\dfrac{5\pi}{2}+cos\,3\pi}{cos\,8\pi}$.

<u>Вариант 2.</u>

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: $-360^0;\ 225^0$; б) в градусной мере: $\dfrac{\pi}{18};\ \dfrac{3\pi}{2}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{4}$.
3. Определите знак: $cos305^0$ и $tg\left(-\frac{6\pi}{5}\right)$.
4. Вычислите: а) $2sin\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}ctg\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}cos2\pi$; б) $\dfrac{tg8\pi-ctg\frac{7\pi}{2}+sin3\pi}{1+tg\frac{5\pi}{4}+ctg\frac{\pi}{4}}$.

Вариант 3.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: -10^0; 240^0; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{9}$; 3π.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $\frac{5\pi}{2}$.
3. Определите знак: $cos(-105^0)$ и $ctg\frac{11\pi}{9}$.
4. Вычислите: а) $\left(sin\frac{\pi}{2}\right)^{cos\pi}+(cos2\pi)^{sin1,5\pi}$; б) $cos420^0+sin720^0-tg405^0$.

Вариант 4.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере -60^0, 135^0; б) в градусной мере $\frac{\pi}{4}$, $-\frac{11\pi}{6}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{6}$.
3. Определите знак: $sin(-324^0)$ и $tg\frac{9\pi}{4}$.
4. Вычислите: а) $\left(tg\frac{\pi}{3}\right)^{tg\frac{\pi}{4}}+\left(tg\frac{\pi}{6}\right)^{sin\pi}$;

   б) $\sqrt{2}sin(-765^0)-cos(-1140^0)+tg585^0+\sqrt{3}ctg(-240^0)$.

Вариант 5.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере 165^0, 300^0; б) в градусной мере $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{13\pi}{6}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $-\frac{13\pi}{2}$.
3. Определите знак: $sin217^0$ и $tg4$.
4. Вычислите: а) $sin\frac{\pi}{6}-4cos\frac{\pi}{3}+2tg\frac{\pi}{4}$; б) $cos(-3\pi)+sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right)-ctg\left(-\frac{7\pi}{2}\right)-tg\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$.

Вариант 6.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере -315^0, 405^0; б) в градусной мере $\frac{7\pi}{20}$, $\frac{\pi}{3}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $\frac{9\pi}{4}$.
3. Определите знак: $cos\frac{5\pi}{6}$ и $sin1{,}2\pi$.
4. Вычислите: а) $\sqrt{2}\,sin\frac{\pi}{4}+3tg\frac{\pi}{4}-5cos\frac{3\pi}{2}$; б) $cos(-5\pi)+ctg\left(-\frac{11\pi}{2}\right)-sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right)+3ctg\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$.

Вариант 7.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере 750^0, -12^0; б) в градусной мере $\frac{3\pi}{12}$, $\frac{3\pi}{10}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно -225^0.
3. Определите знак: $sin2{,}8\pi$ и $ctg237^0$.
4. а) Проверьте справедливость равенства: $cos30^0\cdot tg30^0-1=ctg60^0\left(1+sin^2 45^0\right)$;

   б) Упростите: $\dfrac{a^2\cos 2\pi-ab\sin\frac{3\pi}{2}+6a^2b^2\sin 0-ab\cos\pi+b^2\sin\frac{\pi}{2}}{a^3\sin\frac{5\pi}{2}+3a^2b\sin\frac{9\pi}{2}-3ab^2\cos\pi-b^3\cos 15\pi}$.

Вариант 8.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере 20^0, 270^0; б) в градусной мере $\frac{\pi}{8}$, $\frac{3\pi}{4}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $\frac{3\pi}{4}$.
3. Определите знак: $sin310^0$ и $tg\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$.
4. Вычислите: а) $\dfrac{sin^3\left(-30^0\right)-2tg\left(-30^0\right)-1}{2+tg\left(-45^0\right)+4cos^2\left(-60^0\right)}$; б) $ctg^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)-tg(3{,}25\pi)-cos\frac{13\pi}{6}-sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

Самостоятельная работа №6

Тема: «Тригонометрические уравнения»
Решениетригонометрических уравнений

Цель: 1. Закрепить навыки определения типов тригонометрических уравнений (простейшее, квадратное относительно $sin\,x,\ cos\,x,\ tgx$, однородное относительно $sin\,x$ и $cos\,x$, уравнение, решаемое разложением на множители левой части).

2. Усвоить алгоритмы решения основных типов тригонометрических уравнений.

Выполните задания:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определения арксинуса, арккосинуса арктангенса и арккотангенса числа a.

б) Перечислите свойства обратных тригонометрических функций.

в) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

г) Какой вид имеет квадратное относительно $\sin x$, $\cos x$, tgx тригонометрическое уравнение? Объясните алгоритм его решения.

д) Какой вид имеет однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$ тригонометрическое уравнение? Какова методика его решения?

е) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

2. По образцу выполнить тренировочные задания.
3. Изучить условие задания для самостоятельной работы.
4. Оформить отчет о работе.

Теоретический материал

Формулы для повторения

$\arcsin(-a) = -\arcsin a$

$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$

$\mathrm{arctg}(-a) = -\mathrm{arctg}\, a$

$\mathrm{arcctg}(-a) = \pi - \mathrm{arcctg}\, a$

Общие формулы решения тригонометрических уравнений

I. $\sin x = a,\ \ \lvert a\rvert \le 1;$ $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ \ n \in z$	$\cos x = a,\ \ \lvert a\rvert \le 1$ $x = \pm\arccos a + 2\pi n,\ \ n \in z$
IItgx = a, a – любоечисло T $x = \mathrm{arctg}\, x + \pi n,\ n \in z$	I ctg x = a, a – любоечисло $x = \mathrm{arcctg} x + \pi n, n \in z$

Частные решения тригонометрических уравнений

sinx=0 $x=\pi n, n\in z$	sin x=1 $x=\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ \ n\in z$	sin x=-1 $x=-\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n\in z$
cos x=0 $x=\frac{\pi}{2} + \pi n, n\in z$	cos x=1 $x= 2\pi n, n\in z$	cos x=-1 $x=\pi + 2\pi n,\ n\in z$

Значение тригонометрических функций

град	**0^0**	**30^0**	**45^0**	**60^0**	**90^0**

радиан	**0**	$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не су-ществ
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	Не су-ществ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Формулы для повторения:
$ax^2 + bx + c = 0, \quad D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c.$
Если $D > 0$, то корни квадратного уравнения находим по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Образец решения:

Пример1. Вычислите: $2arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + arcctg1$.

Решение: $2arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + arcctg1 =$

$= -2arcsin\frac{1}{2} + \left(\pi - arccos\frac{1}{2}\right) + arctg1 = -2 \cdot \frac{\pi}{6} + \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$.

Задания для самоконтроля

Вычислите: а) $sin\left(arcsin\frac{1}{2}\right)$; б) $cos(arctg1)$; в) $3arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + arctg(-1)$;

г) $2arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Пример 2. Решите уравнение: $sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = -1$.

Решение:

По формуле частного случая:
$\frac{\pi}{4} - x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \ -x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \ -x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \ x = \frac{3\pi}{4} - 2\pi n, \ n \in Z$.

Пример 3. Решите уравнение: $2cos3x = -\sqrt{2}$.

Решение.

Разделим левую и правую части уравнения на 2: $\cos 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t = \pm \arccos a + 2\pi n$ получаем:

$3x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n,\ 3x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n,\ 3x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x = \pm\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3},\ n \in Z$.

Пример 4. Решите уравнение: $3tg\frac{5}{3}x - 1 = 0$.

Решение:

Выразим $tg\frac{5}{3}x$: $3tg\frac{5}{3}x = 1,\ tg\frac{5}{3}x = \frac{1}{3}$.

По формуле $t = arctg a + \pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x = arctg\frac{1}{3} + \pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x = \frac{3}{5}arctg\frac{1}{3} + \frac{3\pi n}{5},\ n \in Z$.

Задания для самоконтроля:

Решите уравнения: а) $2\sin 3x = -1$; б) $-2\cos\left(-\frac{x}{2}\right) = 1$; в) $\sqrt{3}tg\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$

Варианты самостоятельной работы (на выбор)

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислите: $\arcsin\frac{1}{2} + arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + 3\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.
2. Решите уравнения: а) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0$; б) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 3$.

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислите: $arcctg\left(-\sqrt{3}\right) - \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + 0{,}83\arccos 1$.
2. Решите уравнения: а) $\sin 2x = \frac{1}{2}$; б) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$; в) $tg\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = -2$.

<u>Вариант 3</u>

1. Вычислите: $\sin\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; б) $cos\,3x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\,2x=-\sqrt{3}$.

<u>Вариант 4</u>

1. Вычислите: $cos\left(arccos\frac{1}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg\left(2x-\frac{\pi}{10}\right)=0$.

<u>Вариант 5</u>

1. Вычислите: $tg\left(arctg\sqrt{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\,sin\,2x=-1$; б) $cos\frac{x}{4}=\frac{4}{5}$; в) $tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

<u>Вариант 6</u>

1. Вычислите: $ctg\left(arctg\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\,x=\frac{3}{5}$; б) $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$; в) $3tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}$.

<u>Вариант 7</u>

1. Вычислите: $sin\left(arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\,sin\,x=-\sqrt{2}$; б) $cos(1-x)=\frac{1}{2}$; в) $tg\frac{x}{2}=-\sqrt{3}$.

<u>Вариант 8</u>

1. Вычислите: $tg\left(arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\,sin\frac{x}{2}=\sqrt{3}$; б) $cos\,4x=-0{,}25$; в) $tg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$.

<u>Вариант 9</u>

1. Вычислите: $arccos\left(sin\frac{5\pi}{6}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(3-\frac{x}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg\,2x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

<u>Вариант 10</u>

1. Вычислите: $arctg\left(ctg\frac{3\pi}{4}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sqrt{2}\,cos(4+x)=-1$; в) $tg\left(-\frac{x}{2}\right)=1$.

Образцы решения тригонометрических уравнений второго порядка:

Образец№1

Решить уравнение:

$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$

Решение. Введем новую переменную: z = sinx. Тогда уравнение примет вид: $2z^2 - 5z + 2 = 0$. Решая квадратное уравнение, находим $z_1 = 2$ и $z_2 = \frac{1}{2}$.

Значит, либо sinx = 2, либо sinx = $\frac{1}{2}$. Первое уравнение не имеет корней, а из второго находим

$x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi n, \ \ n \epsilon z$

$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \epsilon z$

Образец №2

Решить уравнение:

$\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$

Решение:

Воспользуемся тем, что $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

Тогда заданное уравнение можно записать в виде:

$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0$

После преобразования получим:

$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

Введем новую переменную z = cosx. Тогда данное уравнение примет вид:

$2z^2 - z - 1 = 0$. Решая его, находим $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2}$

Значит, либо cosx = 1, либо cosx = $-\frac{1}{2}$

Решая первое уравнение cosx = 1, как частное, находим его решение

$x = 2\pi n, \ \ n \epsilon z$.

Решая второе уравнение, находим решение:

$x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \epsilon z$

$x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, \ \ n \epsilon z$

$x = \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi n, \ \ n \epsilon z$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \ \ n \epsilon z$

Образец №3

Решить уравнение:

$3\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x\cos x + 5\cos x = 2$

Решение:

С числом 2, содержащимся во правой части, поступим следующим образом. Известно, что $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ - это тождество верно для любого значения x.

Тогда $2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x = 2$.

Заменив в первом уравнении 2 на $2\sin^2 x + 2\cos^2 x$, получим:

$3\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + 5\cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$

$3\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + 5\cos^2 x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x = 0$

$\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$

Обе части уравнения разделим на $\cos^2$ хпочленно

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2\sqrt{3}\,\sin x\cos x}{\cos^2 x} + \frac{3\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

Так как $\frac{\sin x}{\cos x} = \mathrm{tg}x$, то полученное уравнение запишем в виде:

$\mathrm{tg}^2x - 2\sqrt{3}\,\mathrm{tg}x + 3 = 0$

Введя новую переменную t=tgx, получим квадратное уравнение:

$t^2 - 2\sqrt{3}\,t + 3 = 0$, решая уравнение, получим: $t = \sqrt{3}$

Итак, $\mathrm{tg}x = \sqrt{3}$

$x = \mathrm{arctg}\sqrt{3} + \pi n,$

$x = \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \epsilon Z.$

Решить самостоятельно

Вариант №1	Вариант №2
Решить уравнения: 1. $3\sin^2x – 5\sin x – 2 = 0$ 2. $3\cos^2 2x + 10\cos 2x + 3 = 0$ 3. $3\cos^2x + 10\cos x + 3 = 0$ 4. $2\sin^2x + 3\cos x = 0$ 5. $3\mathrm{tg}^2x + 2\mathrm{tg}x – 1 = 0$ 6. $2\sin^2x - 5\sin x\cos x + 2\cos^2x = 0$ 7. $2\cos^2x - \sin x\cos x + 5\sin^2x = 3$	Решитьуравнения: 1. $6\cos^2x + \cos x – 1 = 0$ 2. $2\sin^2 2x – 3\sin 2x + 1 = 0$ 3.$2\sin^2x – 3\sin x + 1 = 0$ 3. $5\cos^2x + 6\sin x – 6 = 0$ 4. $2\mathrm{tg}^2x + 3\mathrm{tg}x – 2 = 0$ 5. $3\cos^2x + 10\sin x\cos x + 3\sin^2x = 0$ 6. $2\sin^2x - 3\sin x\cos x + 4\cos^2x = 4$

Самостоятельная работа №7

Тема: «Преобразование тригонометрических выражений»

Выполнение проекта «Развитие тригонометрии с XVI века до нашего времени»

Цель: сформировать навыки по содержанию, оформлению и выполнению проекта, определиться с выбором моделей;
содействовать воспитанию аккуратности, эстетического вкуса;
прививать навыки по планированию своей работы.

Выполните проект по теме, используя методические рекомендации по выполнению проекта.

Самостоятельная работа №8

Тема: «Введение в стереометрию»

Составление кроссвордов на тему: «Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»

Цель: развитие интереса к предмету, интуиции, логического мышления.

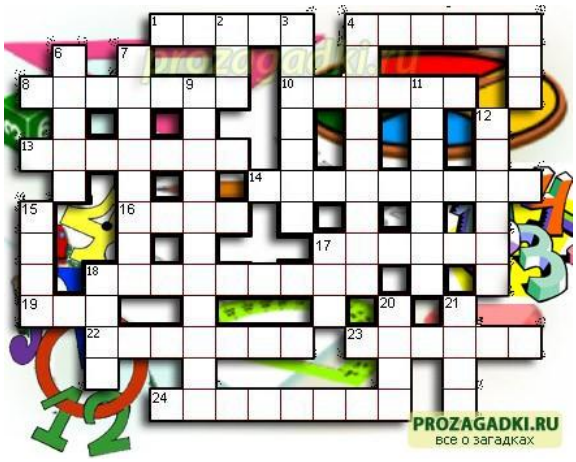
Кроссворд — игра, состоящая в разгадывании слов по определениям.

Правила составления кроссвордов

- В общем случае определение должно состоять из одного предложения.

- Определения должны быть по во возможности краткими. Следует избегать перечислений, не злоупотреблять причастными и деепричастными оборотами, не перегружать текст прилагательными. Определение кроссворда - своего рода компромисс между краткостью и содержательностью.
- Запрещается использование в одной сетке двух и более одинаковых слов, даже с различными определениями.
- В вопросах следует избегать энциклопедических определений. В целом работа должна быть авторской, а не перепечаткой статей из словаря.
- Нежелательно начинать формулировку вопроса с цифры, глагола, деепричастия.
- Запрещается использование однокоренных слов в вопросах и ответах.
- В работе должна быть изюминка, то есть нечто, отличающее ее от миллионов других.
- Запрещается помещать слова без пересечений (встречается и такое).
- Не используются слова, пишущиеся через тире и имеющие уменьшительно-ласкательную окраску.
-

Образец оформления и составления кроссвордов:
По горизонтали:



1. Сторона прямоугольного треугольника.
4. Он есть у функции и последовательности.
8. Его штаны равны во все стороны.
10. Полный круг вращения.
13. Французский математик, специалист теории вероятностей.
14. Арифметическое действие.
16. Гектар — ... площади.
17. Часть матрицы.
18. Свойство углов.
19. Полупрямая.
22. Нейтральный элемент относительно умножения.
23. Группа повторяющихся цифр в бесконечной десятичной дроби.
24. Наибольший общий ...

По вертикали:

2. Бублик как математический объект.
3. Положение, нуждающееся в доказательстве.
4. Поверхность, имеющая 2 измерения.
5. Линейное алгебраическое уравнение.
6. Тригонометрическая функция.
7. Один из двух экстремумов.
9. Функция по своей сути.
11. Часть прямой.
12. Линия.
15. Геометрическая фигура, образованная двумя лучами.
17. Полный квадрат первого двузначного числа.
18. Для него необходимы натуральные числа.
20. В теории графов: маршрут, все ребра которого различны.
21. В теории графов: замкнутый маршрут, все ребра которого различны.

Ответы:

По горизонтали:

1-катет;
4-предел;
8-пифагор;
10-оборот;
13-пуассон;
14-умножение;
16-мера;
17-строка;
18-смежность;
19-луч;
22-единица;
23-период;
24-делитель;

По вертикали:

2-тор;
3-теорема;
4-плоскость;
5-лау;
8-синус;
7-максимум;
9-отображение;
11-отрезок;
12-кривая;
15-угол;
17-сто;
18-счёт;
20-цепь;
21-цикл.

Самостоятельная работа № 9

Тема: «Параллельность прямых и плоскостей»

Выполнение презентации «Параллельность в моей профессии»

Цели:

1. Усвоение и закрепление новых знаний полученных при работе с дополнительной литературой и использование интернет ресурсов.
2. Формирование умений и навыков при работе с книгой. Воспитание самоконтроля

Общие требования к презентации:

- Презентация не должна быть меньше 10 слайдов.
- Первый лист – это титульный лист, на котором обязательно должны быть представлены: название проекта; название выпускающей организации; фамилия, имя, отчество автора; МОУ СОШ, где работает автор проекта и его должность.
- Следующим слайдом должно быть содержание, где представлены основные этапы (моменты) урока-презентации. Желательно, чтобы из содержания по гиперссылке можно перейти на необходимую страницу и вернуться вновь на содержание.
- Дизайн-эргономические требования: сочетаемость цветов, ограниченное количество объектов на слайде, цвет текста.
- В презентации необходимы импортированные объекты из существующих цифровых образовательных ресурсов. (Наиболее приемлемым и удобным в работе является ЦОР «Использование MicrosoftOffice». К данному ресурсу имеются учебно-методические рекомендации для педагогов. Вновь же пришедшие ЦОРы, в основном, сложны в управлении, требуют от учителя-предметника дополнительных серьёзных знаний в области информатики и ИКТ);
- последними слайдами урока-презентации должны быть глоссарий и список литературы.

Самостоятельная работа №10

Тема: «Параллельность прямых и плоскостей»

Выполнение реферата «Загадки пирамиды»

Цель: привить обучающимся навыки самостоятельного исследования и умение творчески выполнять работу.

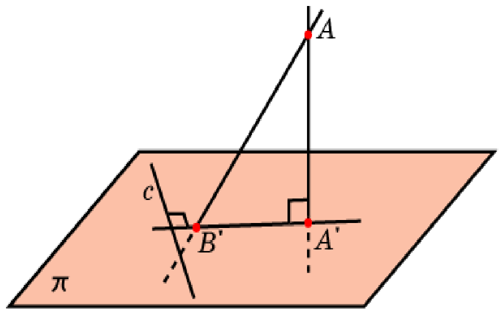
(рекомендации см. в приложении)

<u>Самостоятельная работа № 11</u>

Тема: «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Решение задач по теме «Теорема о трех перпендикулярах»

Цель: уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач**.**

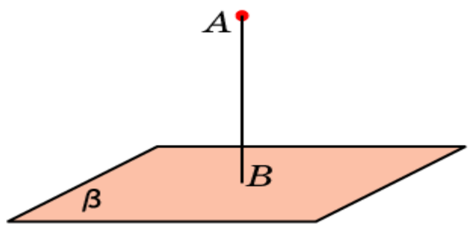


Теоретический материал

Теорема:Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Теорема (обратная): Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.

Определение: Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость



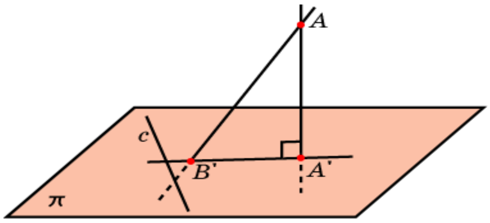
Вопросы для закрепления.

1. Как найти расстояние от точки до плоскости?
2. Может ли наклонная быть короче перпендикуляра, проведённого из той же точки к той же плоскости?
3. Если наклонные, проведённые из одной точки к плоскости, равны, то, что можно сказать об их проекциях?
4. Как формулируется обратное утверждение? Справедливо ли оно?
5. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах
6. Как формулируется теорема, обратная теореме о трёх перпендикулярах?
7. Если точка равноудалена от всех вершин многоугольника, то во что она проектируется?
8. Если точка равноудалена от всех сторон многоугольника, то во что она проектируется?
9. Что называется углом между прямой и плоскостью?

Решить самостоятельно.

Вариант 1

1. Докажите, что если прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и ортогональной проекции этой наклонной.



2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее второй. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.

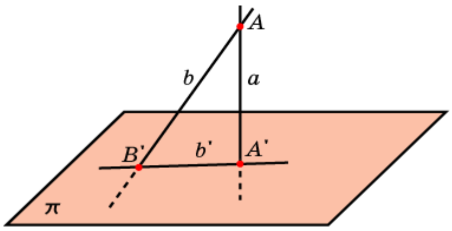
3. Из вершины равностороннего треугольника ABC восстановлен перпендикуляр AD к плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки D до прямой BC, если AD=1дм, BC=8 дм?

4. Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата. SO= $4\sqrt{2}$ см.
1) Докажите равенство углов, образованных прямымиSA, SB, SD с плоскостью квадрата.
2) Найдите эти углы, если периметр ABCD равен 32 см.

5. Отрезок SA длиной 15 см – перпендикуляр к плоскости прямоугольника ABCD, в котором AC=10 см, AB=6 см.
Докажите, что проекции треугольников SBC и SDC имеют равные площади.

Вариант 2

1. Докажите, чтоперпендикуляр, опущенный из точки на плоскость, короче всякой наклонной, проведенной из той же точки к той же плоскости.



2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.

3. Из вершины квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр AE к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки E до прямой BD, если AE=2дм, AB=8 дм?

4. Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата. SO= 4см. Точки K, L, M, N – середины сторон квадрата.
1) Докажите равенство углов, образованных прямымиSK, SL, SM, SN с плоскостью квадрата.
2) Найдите эти углы, если площадь ABCD равен 64 см^2.

5. Отрезок SA длиной 6 см – перпендикуляр к плоскости квадрата ABCD, в котором AC=$8\sqrt{2}$см.
Докажите, что проекции треугольников SBC и SDC на плоскости квадрата равны.

Самостоятельная работа № 12

Тема: «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Решение задач по теме: «Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями»

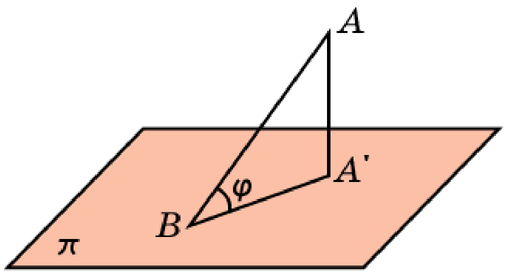
Цель: Уметь находить угол между прямой и плоскостью и угол между плоскостями.

Теоретические сведения

Угол между прямой и плоскостью.

Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и ее ортогональной проекцией на данную плоскость.

Считают также, что прямая, перпендикулярная плоскости, образует с этой плоскостью прямой угол.



Определим понятие угла между плоскостями.

Определение: Угол между параллельными плоскостями считается равным нулю.

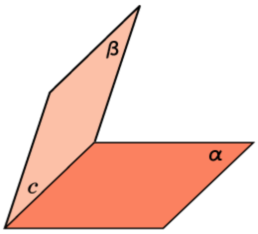


Рис. 1

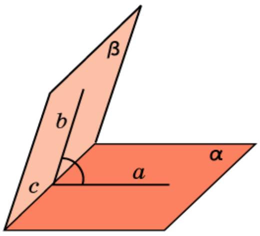


Рис. 2

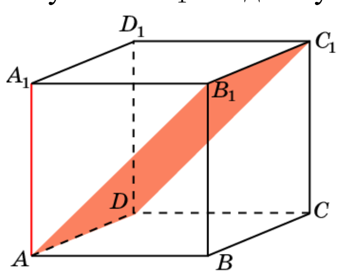
Пусть данные плоскости пересекаются. Проведем плоскость, перпендикулярную прямой их пересечения. Она пересекает данные плоскости по двум прямым. Угол между этими прямыми называется углом между данными плоскостями .

Заметим, что при пересечении двух плоскостей вообще-то образуются четыре угла. В качестве угла между плоскостями мы берем острый угол.

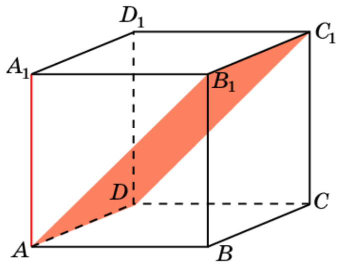
Решить самостоятельно. Ответы обосновать.

Вариант 1

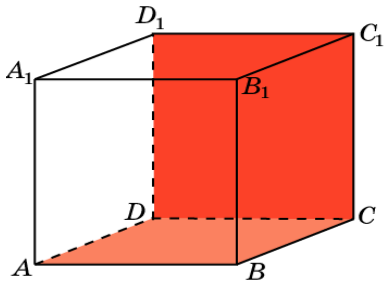
1. Из вершины A квадрата $ABCD$ перпендикулярно его плоскости проведен отрезок AK, равный 3. Из точки K опущены перпендикуляры на стороны BC и CD. Перпендикуляр из точки K к стороне BC равен 6. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.
2. В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью AB_1C_1.



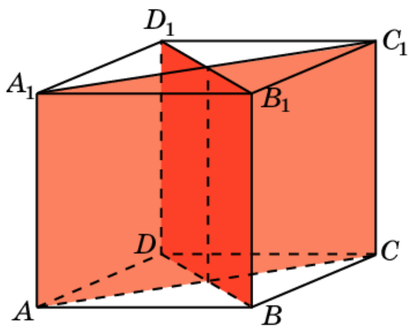
3. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.
4. Из вершины A квадрата $ABCD$ перпендикулярно его плоскости проведен отрезок AK, равный 3. Из точки K опущены перпендикуляры на стороны BC и CD. Перпендикуляр из точки K к стороне BC равен 6. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.
5. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью AB_1C_1.



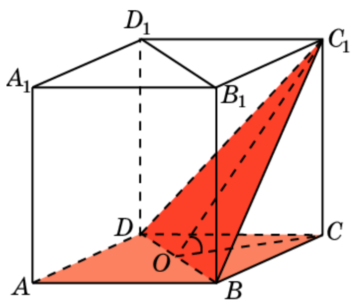
6. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.



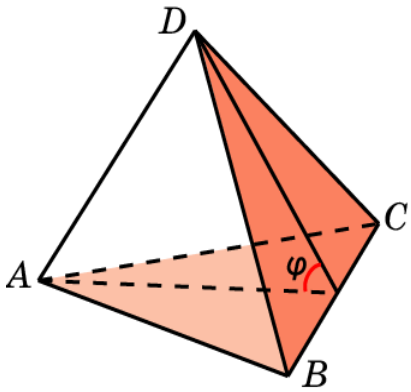
7. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BDD_1.



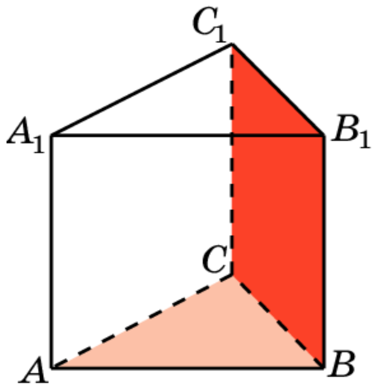
8. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BC_1D.



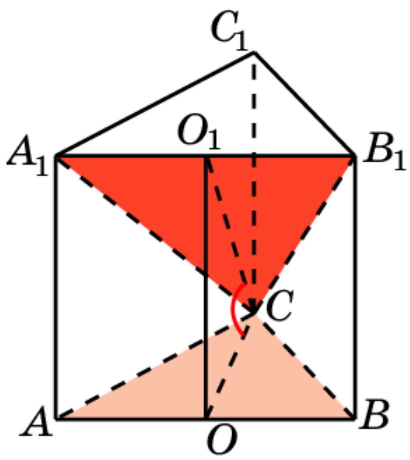
9. В тетраэдре $ABCD$, ребра которого равны 1,найдите угол между плоскостями ABC и BCD.



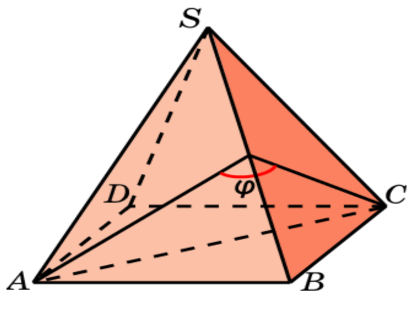
10. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BB_1C_1.



11. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и A_1B_1C.

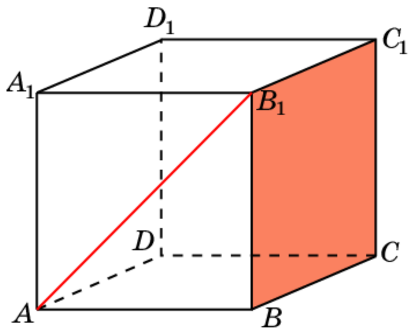


12. В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SABи SBC.

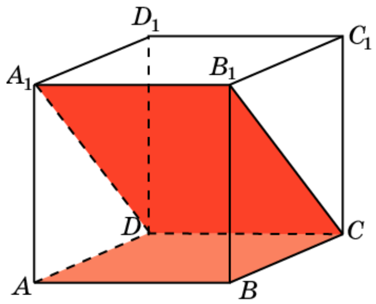


Вариант 2

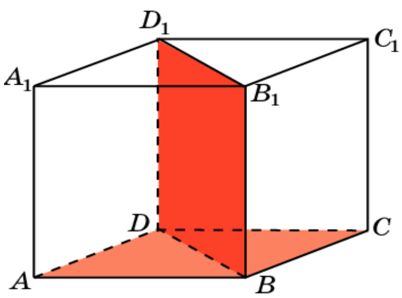
1. Из вершины A квадрата $ABCD$ перпендикулярно его плоскости проведен отрезок AK, равный 6. Из точки K опущены перпендикуляры на стороны BC и CD. Перпендикуляр из точки K к стороне BC равен 18. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.
2. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью BCC_1.



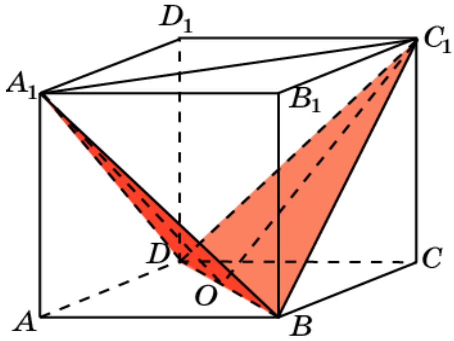
3. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1.



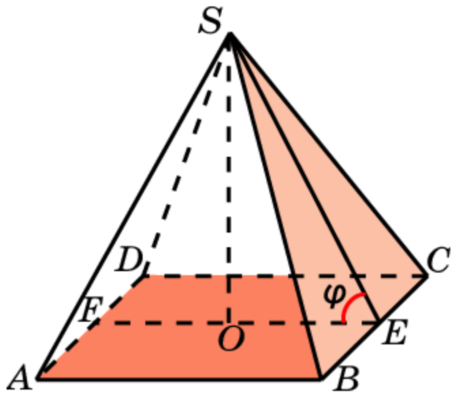
4. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BDD_1.



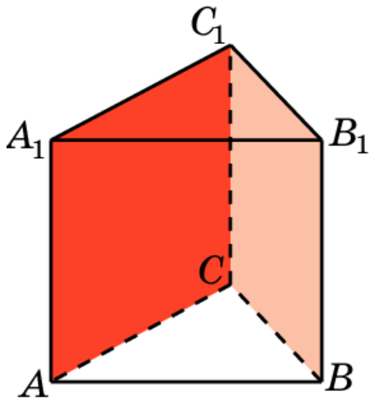
5. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями BC_1D и BA_1D.



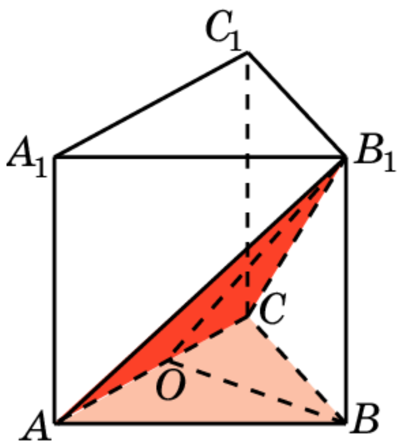
6. В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями SBCи ABC.



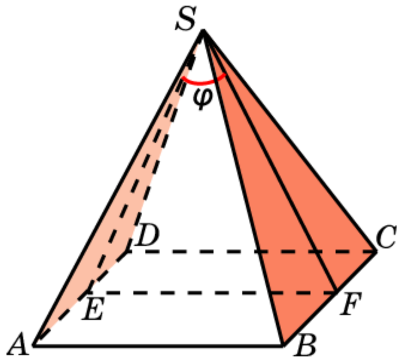
7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ACC_1 и BCC_1.



8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и ACB_1.



9. В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями SADи SBC.



<u>Самостоятельная работа № 13</u>

Тема «Производная»

Решение задач по теме «Вычисление предела функции»

Цель: Знать понятие предела функции в точке, уметь вычислять пределы и раскрывать неопределённости $\left[\frac{0}{0}\right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.

Теоретический материал

Формулы для повторения

1. $\lim\limits_{x\to a} C = C$, где C = const

Следующие теоремы справедливы при предположении, что функции f(x) и g(x) имеют конечные пределы при x→a.

2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = \lim\limits_{x\to a} f(x) \pm \lim\limits_{x\to a} g(x)$
3. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)\cdot g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x)\cdot \lim\limits_{x\to a} g(x)$
4. $\lim\limits_{x\to a} C\cdot f(x) = C\cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$
5. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$ при $\lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$

Образец решения:

1. Найти предел:
$\lim\limits_{x\to 2}(5x^2 - 2x + 1) = 5\cdot 2^2 - 2\cdot 2 + 1 = 5\cdot 4 - 4 + 1 = 17.$
2. Найти предел:
$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^3 - x + 5}{x^3 + x^2 - 1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$
Имеем неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$. Чтобы раскрыть ее, разделим числитель и знаменатель дроби на высшую степень числа x, т.е. на x^3.
Получим:
$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x^3}{x^3} - \frac{x}{x^3} + \frac{5}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3} + \frac{x^2}{x^3} - \frac{1}{x^3}}.$$
Применяя теоремы о вычислении предела, получим:

$$\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3}{x^3}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^3}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}2-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}=\frac{2}{1}=2$$

3. Найти предел:

$$1.\lim_{x\to-2}\frac{5x^2+13x+6}{3x^2+2x-8}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Решение:

Имеем неопределенность $\frac{0}{0}$. Чтобы раскрыть ее, разложим на множители числитель и знаменатель.

$$\lim_{x\to-2}\frac{5x^2+13x+6}{3x^2+2x-8}=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)(5x+3)}{(x+2)(3x-4)}=\lim_{x\to-2}\frac{5x+3}{3x-4}=\frac{7}{10}=0{,}7$$

Примечание:

$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$ $\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x^3}$=0;

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0;\ \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}=0$$

Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работой, прочитайте ещё раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1. Что называется пределом?
2. Свойства пределов.
3. Вычисление пределов, стремящихся к числу.
4. Вычисление пределов$[\frac{\infty}{\infty}]$
5. Вычисление пределов$\left[\frac{0}{0}\right]$

Решить самостоятельно:

Вариант 1 Найти указанные пределы: $1.\lim\limits_{x\to2}(2x^2-4x+4)$ $2.\lim\limits_{x\to4}\frac{\sqrt{x+5}}{x}$ $3.\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}$ $4.\lim\limits_{x\to-6}\frac{x^2-36}{x+6}$ $5.\lim\limits_{x\to2}\frac{x^3-8}{x-2}$	**Вариант 2** Найти указанные пределы: $1.\lim\limits_{x\to-1}(5-3x-x^2)$ $2.\lim\limits_{x\to3}\frac{2x}{\sqrt{x+6}}$ $3.\lim\limits_{x\to4}\frac{x^2-4x}{x^2-16}$ $4.\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2-2x}{5x}$ 5. $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^3+8}{x+2}$
Вариант 3 Найти указанные пределы: $1.\lim\limits_{x\to3}(x^2+7x-3)$ $2.\lim\limits_{x\to4}\frac{\sqrt{x+5}}{2x}$	**Вариант 4** Найти указанные пределы: $1.\lim\limits_{x\to-2}(3-4x-x^2)$ $2.\lim\limits_{x\to1}\frac{3x}{\sqrt{2x+14}}$

$3.\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ $4.\lim\limits_{x\to -5}\frac{x^2+5x}{x+5}$ $5.\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x-3}$	$3.\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}$ $4.\lim\limits_{x\to 4}\frac{4-x}{16-x^2}$ $5.\lim\limits_{x\to -3}\frac{x^3+27}{x+3}$

Дополнительное задание:

1. Найти указанные пределы:

$$1.\lim_{x\to 2}\frac{x^2-7x+10}{x^2-4}$$

$$2.\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2+2x-15}$$

$$3.\lim_{x\to \infty}\frac{x^3+2x^2-4}{2x^3-x-1}$$

$$4.\lim_{x\to \infty}\frac{2x^4+7x^3-1}{2x^5+3}$$

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося являются:

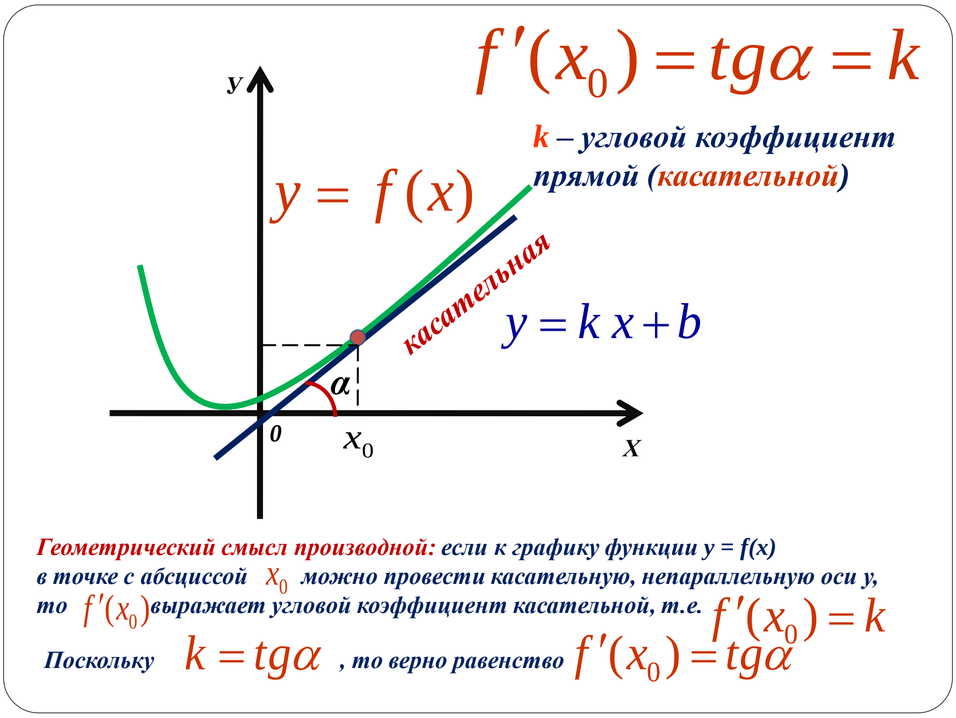
- ✓ Уровень освоения учебного материала;
- ✓ Умение использовать теоретические знания и практические умения при выполнении профессиональных задач;
- ✓ Уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

Самостоятельная работа № 14

Тема «Производная»

Решение задач по теме «Геометрический смысл производной»

Цель: Иметь понятие о геометрическом смысле производной. Уметь находить тангенс угла наклона касательной к оси ох.



Теоретический материал

Алгоритм написания уравнения касательной к графику функции

1. Записать уравнение касательной в общем виде;

2. Вычислить значение функции в заданной точке. Для этого подставьте в функцию вместо *x* значение данной точки.

3. Найдите производную функции.

4. Вычислить значение производной функции в заданной точке. Для этого подставьте в производную функции вместо *x* значение данной точки.

5. Все полученные результаты подставьте в общее уравнение касательной.

Образец решения:

Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \cos x$ *в точке с абсциссой*

$x_0 = \dfrac{\pi}{6}$.

Решение:

$f(\frac{\pi}{6}) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$f(x)' = (\cos x)' = -\sin x$;

$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$;

$y=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}+\left(x-\frac{\pi}{6}\right)}{2}$ - искомое уравнение касательной.

Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работой, прочитайте ещё раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1. Что называется угловым коэффициентом касательной?
2. Что называется тангенсом угла наклона?
3. Как записывается уравнение касательной?
4. Алгоритм написания уравнения касательной к графику функции

Решить самостоятельно:

Вариант 1

1. Найти угол между касательной к графику функции$y=f(x)$в точке с абсциссой x_0.
   1.1.$f(x)=3x^2, \quad x_0=1.$
   1.2.$f(x)=\frac{1}{2}x^2, \quad x_0=2.$
   1.3.$f(x)=4\sqrt{x}, \quad x_0=4.$
   1.4.$f(x)=5cosx, \quad x_0=\frac{\pi}{6}.$
   1.5.$f(x)=sin3x, \quad x_0=\frac{\pi}{12.}$
2. Записать уравнение касательной к графику функции$y=f(x)$в точке с абсциссой x_0.
   2.1.$f(x)=x^5-x^3+3x-1, \quad x_0=0.$
   2.2.$f(x)=x^3-2x, \quad x_0=2.$

Вариант 2

1. Найти угол между касательной к графику функции$y=f(x)$в точке с абсциссой x_0.
   1.1.$f(x)=2x^3, \quad x_0=1.$
   1.2.$f(x)=\frac{1}{4}x^4, \quad x_0=2.$
   1.3.$f(x)=3\sqrt{x}, \quad x_0=9.$
   1.4.$f(x)=4sinx, \quad x_0=\frac{\pi}{3}.$
   1.5.$f(x)=cos5x, \quad x_0=\frac{\pi}{20.}$

2. Записать уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$в точке с абсциссой x_0

$$2.1f(x)=x^4-x^3+5x-2, \quad x_0=0$$
$$2.2.\ f(x)=x^3+3x, \quad x_0=2$$

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося являются:

- ✓ Уровень освоения учебного материала;
- ✓ Умение использовать теоретические знания и практические умения при выполнении профессиональных задач;
- ✓ Уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

Самостоятельная работа № 15

Тема «Производная»

Решение задач по теме «Применение производной к исследованию функции»
Цель: Знать условия возрастания, убывания функции, точек максимума и минимума функции. Знать схему исследования функции и применять её при построении графика.

Теоретический материал

Признак возрастания функции: Если $f^/(x) > 0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$**возрастает**.

Признак убывания функции: Если $f^/(x) < 0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$**убывает.**

Признак максимума функции: Если функция $f(x)$непрерывна в точке x_0, а $f^/(x) > 0$ на интервале$(a; x_0)$ и $f^/(x) < 0$ на интервале $(x_0\, ; a)$, то x_0 является точкой **максимума**.

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Признак минимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0, а $f^/(x) < 0$ на интервале$(a; x_0)$ и $f^/(x) > 0$ на интервале $(x_0\, ; a)$, то x_0 является точкой **минимума**

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка максимума.

Алгоритм исследования функции и построения графика функции.

При исследовании функции и изучении её свойств с целью построения графика находят:

1) область определения функции *D(f)* и, если возможно, область изменения *E(f);*
2) точки разрыва функции и промежутки непрерывности;
3) точки пересечения графика с осями координат;
4) промежутки знакопостоянства функции;
5) чётность, нечётность, периодичность;
6) критические точки функции, точки экстремума, экстремумы, промежутки монотонности;
7) промежутки выпуклости, вогнутости графика функции, точки перегиба;
8) асимптоты графика функции;
9) дополнительные точки (если это необходимо).

10) строится график функции

<u>Пример.</u>

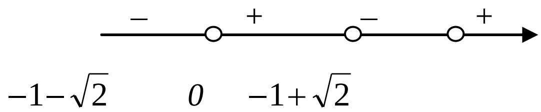
Исследовать с помощью производной и построить график функции $y = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{x}$.

Решение:

1) $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
2) *x=0 – точка разрыва II-го рода (x=0 – уравнение вертикальной асимптоты).*

3) *при* $y=0, \quad x=-1\pm\sqrt{2}$.

4)



$y>0$ *при* $\dfrac{x^2+2x-1}{x}>0 \Rightarrow x\in\left(-1-\sqrt{2};0\right);\left(-1+\sqrt{2};+\infty\right);$

$y<0$ *при* $\dfrac{x^2+2x-1}{x}<0 \Rightarrow x\in\left(-\infty;-1-\sqrt{2}\right);\left(0;-1+\sqrt{2}\right)$.

5) *Функция ни чётная, ни нечётная, т.е. общего вида и непериодическая.*

6) *Находим производную:* $y'=\dfrac{(2x+2)\cdot x-\left(x^2+2x-1\right)\cdot 1}{x^2}=\dfrac{x^2+1}{x^2}>0$

при всех $x\in D(f)$. *Следовательно, всюду в* $D(f)$ *функция возрастает.*

Функция не имеет точек экстремума и экстремумов.

7) $y''=\left(\dfrac{x^2+1}{x^2}\right)'=-\dfrac{2}{x^3};$

a) *при* $x<0 \quad y''>0,$ *следовательно, при* $x\in(-\infty;0)$ *график вогнутый;*

b) *при* $x>0 \quad y''<0,$ *следовательно, при* $x\in(0;+\infty)$ *график выпуклый.*

8) a) *прямая* $x=0$ *(ось Оу) – вертикальная асимптота;*

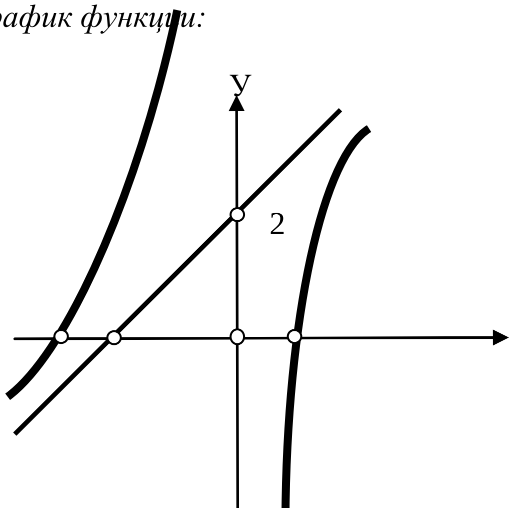
b) *пусть наклонная асимптота имеет вид* $y=kx+b,$ *тогда*

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2x-1}{x^2}=1;$$

$$b=\lim_{x\to\infty}(y-kx)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x-1}{x^2}-x\right)=2;$$

$y=x+2$ - *уравнение наклонной асимптоты.*

Строим график функции:



$-1-\sqrt{2}$ -2 0 $-1+\sqrt{2}$x

Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работой, прочитайте ещё раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1. Алгоритм исследования функции и построения графика функции.

Решить самостоятельно:

Вариант 1

I. Найти критические точки и промежутки возрастания и убывания
   1. $f(x)=2x^2-1$
   2. $f(x)=-x^2+2x$
   3. $f(x)=x^3+2x^2$
   4. $f(x)=x^3-6x^2+9x-1$

II. Найти экстремум функции
   1. $f(x)=3x^2-2x$
   2. $f(x)=cos2x$

III. Исследовать функцию и построить график
   $f(x)=x^3-3x^2+2$

Вариант 2

I. Найти критические точки и промежутки возрастания и убывания
   1. $f(x)=-x^2+1$
   2. $f(x)=x^2-4x$
   3. $f(x)=x^3+3x^2$
   4. $f(x)=2x^3-3x^2-12x+5$

II. Найти экстремум функции
   1. $f(x)=3x-5x^2$
   2. $f(x)=sin3x$

III. Исследовать функцию и построить график

$f(x)=x^3+3x^2-1$

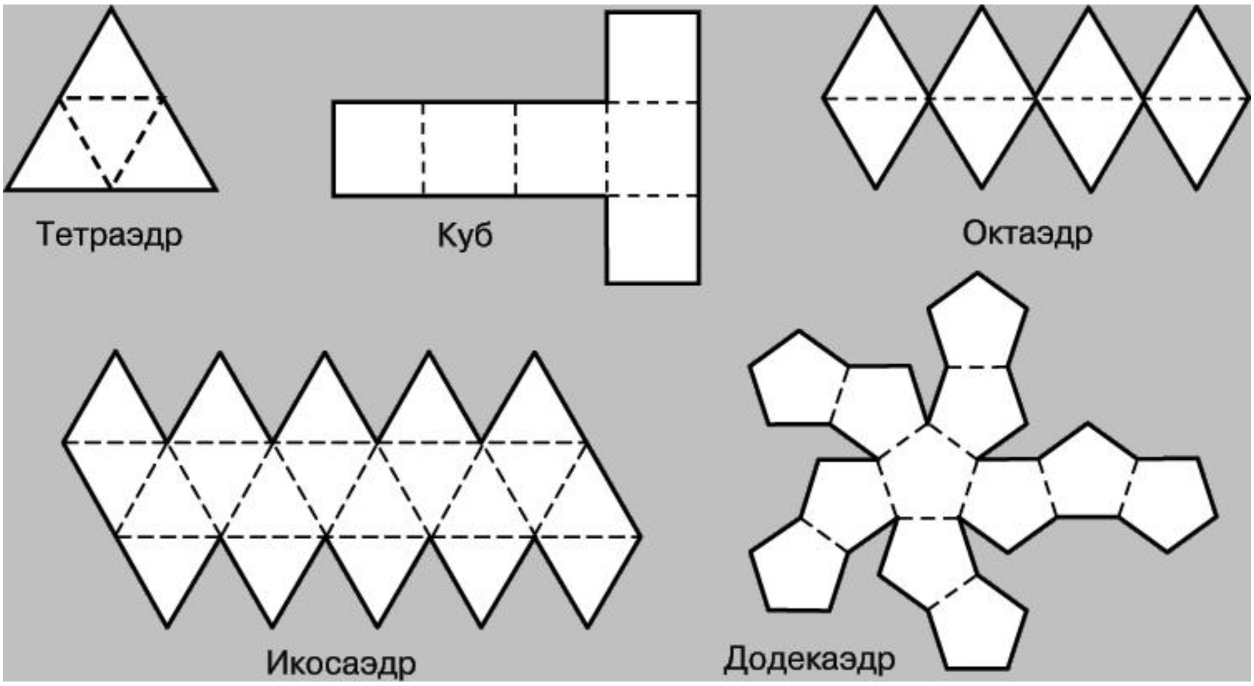
Самостоятельная работа № 16

Тема «Многогранники»
Выполнение моделей многогранников

Цель: Закрепить понятие правильных многогранников, при изготовлении моделей, используя развертки.

Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.



Самостоятельная работа № 17

Тема «Степени и корни. Степенные функции»
Выполнение презентации «Свойства корней»
Цели:

1. Усвоение и закрепление новых знаний полученных при работе с дополнительной литературой и использование интернет ресурсов.
2. Формирование умений и навыков при работе с книгой. Воспитание самоконтроля

Общие требования к презентации:

- Презентация не должна быть меньше 10 слайдов.
- Первый лист – это титульный лист, на котором обязательно должны быть представлены: название проекта; название выпускающей организации; фамилия, имя, отчество автора;, где работает автор проекта и его должность.
- Следующим слайдом должно быть содержание, где представлены основные этапы (моменты) урока-презентации. Желательно, чтобы из содержания по гиперссылке можно перейти на необходимую страницу и вернуться вновь на содержание.
- Дизайн-эргономические требования: сочетаемость цветов, ограниченное количество объектов на слайде, цвет текста.
- В презентации необходимы импортированные объекты из существующих цифровых образовательных ресурсов. (Наиболее приемлемым и удобным в работе является ЦОР «Использование MicrosoftOffice». К данному ресурсу имеются учебно-методические рекомендации

для педагогов. Вновь же пришедшие ЦОРы, в основном, сложны в управлении, требуют от учителя-предметника дополнительных серьёзных знаний в области информатики и ИКТ);

- последними слайдами урока-презентации должны быть глоссарий и список литературы.

Самостоятельная работа № 18

Тема «Степени и корни. Степенные функции»

Решение задач по теме: «Преобразование выражений, содержащих степени с дробными показателями»

Цель:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование выражений, содержащих степени с дробными показателями».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Перед выполнением работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Дайте определение степени с натуральным, отрицательным и дробным показателями.

   б) Перечислите свойства степеней с рациональным показателем.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Тренировочная таблица

Вычислите:

8	$(\sqrt{32})^{\frac{2}{5}}$	$4^{-\frac{3}{2}}$	$64^{\frac{5}{6}}$	$32^{-\frac{3}{5}}$	$(\sqrt{27})^{\frac{2}{3}}$	$32^{\frac{4}{5}}$	$(\sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$	$16^{-\frac{3}{4}}$
7	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$125^{-\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$	$16^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$81^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$
6	$16^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{2}}$	$8^{\frac{1}{3}}$	$32^{\frac{1}{5}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$81^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{3}}$	$25^{\frac{1}{2}}$
5	$(\sqrt{7})^2$	$(\sqrt{2})^8$	$(\sqrt{5})^4$	$(\sqrt{2})^{10}$	$(\sqrt{6})^4$	$(\sqrt{2})^6$	$(\sqrt{3})^4$	$(\sqrt{5})^0$
4	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$
3	6^{-2}	2^{-4}	3^{-3}	5^{-1}	3^{-4}	2^{-3}	7^{-2}	4^{-1}
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^5$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{3}{5}\right)^2$	$\left(\frac{3}{2}\right)^1$	$\left(\frac{4}{3}\right)^3$	$\left(\frac{1}{3}\right)^4$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$

1	3^4	4^3	2^4	5^3	2^5	3^3	5^0	2^3
	a	b	C	d	e	f	g	h

Варианты самостоятельной работы

Вариант 1.

Вычислите: а) 2^{-1}; б) $27^{\frac{1}{3}}$; в) $\left(\left(\frac{125}{8}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$; г) $\dfrac{25\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}{625\cdot 5^{-3}}$.

Вариант 2.

Вычислите: а) 1^{-7}; б) $27^{\frac{2}{3}}$; в) $9\cdot 0{,}027^{-\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$; г) $48^{\frac{2}{5}}\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{5}}$.

Вариант 3.

Вычислите: а) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; б) $125^{\frac{2}{3}}$; в) $4^{-2}\cdot\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$; г) $\dfrac{12^{\frac{3}{4}}\cdot 3^{\frac{9}{4}}}{4^{-\frac{1}{4}}}$.

Вариант 4.

Вычислите: а) $(-1)^{-7}$; б) $36^{-\frac{1}{2}}$; в) $\left(\frac{1}{625}\right)^{-0{,}75}-12\cdot 0{,}0081^{-0{,}25}$; г $\sqrt[5]{64}:2^{-\frac{1}{5}}\cdot\left(2^{\frac{1}{10}}\right)^{6}$.

Вариант 5.

Вычислите: а) $5^0\cdot(-3)^{-2}+(-3)^{-2}$; б) $16^{-\frac{1}{4}}$; в) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right)^{-\frac{3}{4}}$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\frac{4}{81}\right)^{\frac{2}{3}}$.

Вариант 6.

Вычислите: а) $0^{\frac{5}{6}}$; б) $100^{-\frac{1}{2}}$; в) $2^{\frac{4}{5}}\cdot 2^{\frac{11}{5}}$; г) $\dfrac{2\cdot 4^{-2}+\left(81^{-\frac{1}{2}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^{-3}}{125^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}+\left(\sqrt{3}\right)^{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}$.

Вариант 7.

Вычислите: а) $\left(6\cdot 2^{-2}\right)^{-1}$; б) $9^{-\frac{3}{2}}$; в) $\left(\left(\frac{9}{4}\right)^{-1}\right)^{-\frac{1}{2}}$;

г) $\dfrac{6^{1,7}\cdot 2^{1,3}}{3^{-1,3}}$.

Вариант 8.

Вычислите: а) $(-3)^{-4}$; б) $0.01^{-\frac{1}{2}}$; в) $\left(\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}\right)^{-\frac{2}{3}}$;

г) $136^{0}+0,027^{-\frac{1}{3}}+\left(0,2^{-13}\cdot 125^{-3}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{4}\right)^{-2}$

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося являются:

- ✓ Уровень освоения учебного материала;
- ✓ Умение использовать теоретические знания и практические умения при выполнении профессиональных задач;
- ✓ Уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

Самостоятельная работа № 19

Тема «Показательная и логарифмическая функции»

Решение задач по теме: «Решение показательных уравнений, неравенств и систем уравнений»

Цель: Знать методы решения показательных уравнений и неравенств, применять их при решении упражнений.

Теоретический материал

Степени чисел от 0 до 10

n	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$\mathbf{2^n}$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$\mathbf{3^n}$	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
$\mathbf{4^n}$	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
$\mathbf{5^n}$	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
$\mathbf{6^n}$	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
$\mathbf{7^n}$	1	7	49	343	2401	16807	117649				

$\mathbf{8^n}$	1	8	64	512	4096	32768
$\mathbf{9^n}$	1	9	81	729	6561	59049
$\mathbf{10^n}$	1	10	100	1000	10000	

Решение квадратных уравнений:

$\boldsymbol{a \cdot x^2 + bx + c = 0}$

$\boldsymbol{D = b^2 - 4ac,}$

Если $\boldsymbol{D} > 0$, **то** $\boldsymbol{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}}$

Если $\boldsymbol{D = 0}$, **то** $\boldsymbol{x = \frac{-b}{2a}}$

Если $\boldsymbol{D} < 0$, **то корней нет**

Формулы сокращенного умножения:

$(\boldsymbol{a + b})^2 = \boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2}$

$(\boldsymbol{a - b})^2 = \boldsymbol{a^2 - 2ab + b^2}$

$\boldsymbol{a^2 - b^2} = (\boldsymbol{a - b}) \cdot (\boldsymbol{a + b})$

$(\boldsymbol{a + b})^3 = \boldsymbol{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$

$(\boldsymbol{a - b})^3 = \boldsymbol{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$

Свойства степеней

1. $\boldsymbol{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$
2. $\boldsymbol{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$
3. $(\boldsymbol{a^m})^{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{a^{m \cdot n}}$
4. $\boldsymbol{a^n \cdot b^n} = (\boldsymbol{a \cdot b})^{\boldsymbol{n}}$
5. $\boldsymbol{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$
6. $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$
7. $\boldsymbol{a^0 = 1}$
8. $\left(\boldsymbol{\frac{a}{b}}\right)^{\boldsymbol{n}} = \left(\boldsymbol{\frac{b}{a}}\right)^{\boldsymbol{-n}}$
9. $\boldsymbol{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$

Свойства корней n-ой степени

1. $\boldsymbol{\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$
2. $\boldsymbol{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$
3. $\boldsymbol{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}}$
4. $\boldsymbol{\sqrt[n]{a^m}} = \left(\boldsymbol{\sqrt[n]{a}}\right)^{\boldsymbol{m}}$
5. $\boldsymbol{\sqrt[n \cdot k]{a^{n \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}}$
6. $\boldsymbol{\sqrt[n]{a^n} = a}$
7. $\boldsymbol{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени

1. **Метод уравнивания показателей**

Показательное уравнение $a^{\mathrm{f(x)}} = a^{\mathrm{g(x)}}$ равносильно уравнению $\mathrm{f(x)} = \mathrm{g(x)}$, где a – положительное число, отличное от нуля.

Пример 1
Решить уравнение:
$2^{2x-4} = 64;$
Решение: Представим 64 как 2^6 и перепишем заданное уравнение в виде: $2^{2x-4} = 2^6$. Это уравнение равносильно уравнению: $2x - 4 = 6,$ откуданаходим: $x = 5$.
Ответ: x=5
Пример 2
Решить уравнение:
$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} = \frac{1}{\sqrt{3}};$

Решение: Преобразуем $\frac{1}{\sqrt{3}}$ как $\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ и перепишем заданное уравнение в виде:

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$. Это уравнение равносильно уравнению:
$2x - 3,5 = 0,5$, откуда находим $x = 2$.
Ответ: x = 2
Пример 3
Решить уравнение:
$\frac{(0,2)^{x-0,5}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot 0,04^{x-2};$
Преобразуем левую часть уравнения:
$(0,2)^{x-0,5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-0,5} = (5^{-1})^{x-0,5} = 5^{-1(x-0,5)} = 5^{0,5-x}$
$\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = 5^{0,5}$

$\frac{5^{0,5-x}}{5^{0,5}} = 5^{0,5-x-0,5} = 5^{-x}$
Преобразуем правую часть уравнения:
$5 \cdot 0,04^{x-2} = 5 \cdot \left(\frac{4}{100}\right)^{x-2} = 5 \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{x-2} = 5 \cdot (5^{-2})^{x-2} = 5 \cdot 5^{-2(x-2)}$
$= 5 \cdot 5^{4-2x} = 5^{1+4-2x} = = 5^{5-2x};$
Таким образом, мы данное уравнение преобразовали к виду:
$5^{-x} = 5^{5-2x}$.
Далее получаем: $-x = 5 - 2x,$ отсюдаследует $x = 5$. Ответ: x=5
Пример 4
Решить уравнение
$64^{\frac{x}{2}} \cdot 3^x = 576$
Решение. Заметим, что
$64 = 8^2, \ 576 = 24^2$

Тогда данное уравнение равносильно каждому из уравнений

$8^x 3^x = 24^2, \ (8 \cdot 3)^x = 24^2, \ \ 24^x = 24^2$
откуда $x = 2$.
Пример 5
Решить уравнение
5. $2^x = 3$; Данное уравнение мы не можем привести к одному основанию. Используем метод логарифмирования.
Логарифмируем данное уравнение по основанию 2.
$\log_2 2^x = \log_2 3;$

Использую свойство логарифма, данное уравнение перепишем в виде:
$x \cdot \log_2 2 = \log_2 3$, учитывая, что $\log_2 2 = 1$, найдем значение x:
$x = \log_2 3$

Решить самостоятельно:

1. $3^x = 9;$
2. $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 1;$
3. $0{,}5^x = 0{,}125;$
4. $10^x = \sqrt[4]{1000};$
5. $5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}};$
6. $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64};$
7. $\left(5^{x^2+x-2}\right)^{3-x} = 1;$
8. $2^{x+1} = 4;$
9. $5^{3x-1} = 0{,}2;$
10. $6^{2x-8} = 216^x.$

Решение показательных уравнений. Метод выноса за скобки

Образцы решения

1. Решить уравнение: $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

В левой части выносим за скобки степень с наименьшим показателем, то есть 3^{x-2}. В результате получим:

$$3^{x-2}\left(\frac{3^{x+1}}{3^{x-2}} - \frac{2 \cdot 3^{x-2}}{3^{x-2}}\right) = 25$$

$$3^{x-2}\left(3^{x+1-(x-2)} - 2\right) = 25$$

$$3^{x-2}(3^{x+1-x+2} - 2) = 25$$

$$3^{x-2}(3^3 - 2) = 25$$
$$3^{x-2} \cdot 25 = 25$$

$$3^{x-2} = 1\,, \qquad 3^{x-2} = 3^0, \quad \textit{отсюдаследует, что} x = 2.$$

Ответ: x = 2.

Уравнения, сводящиеся к квадратным (метод замены)

Образцы решения

2. Решить уравнение: $4^{\mathrm{x}} + 2^{\mathrm{x}+1} - 24 = 0.$

Решение: Заметив, что $4^{\mathrm{x}} = (2^2)^{\mathrm{x}} = 2^{2\mathrm{x}} = (2^{\mathrm{x}})^2$, а $2^{\mathrm{x}+1} = 2 \cdot 2^{\mathrm{x}}$
Перепишем заданное уравнение в виде:
$(2^{\mathrm{x}})^2 + 2 \cdot 2^{\mathrm{x}} - 24 = 0$
Вводим новую переменную: $\mathrm{t} = 2^{\mathrm{x}}$, тогда уравнение примет вид:
$\mathrm{t}^2 + 2\mathrm{t} - 24 = 0$

Решив квадратное уравнение, получим: $t_1 = 4, t_2 = -6$. Но так как $t = 2^x$, то надо решить два уравнения:

$2^x = 4$ и $2^x \neq -6$

Решим первое уравнение:

$2^x = 2^2$ отсюда следует, что $x = 2$.

Рассмотрим второе уравнение.

Второе уравнение не имеет решения, так как $2^x > 0$ для любых значений x.

Ответ: 2.

Решить самостоятельно:

1. $2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0;$
2. $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0;$
3. $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0;$
4. $3^{x+2} - 3^x = 72;$
5. $2^x - 2^{x-4} = 15;$
6. $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 3159;$
7. $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443;$

Показательные неравенства

Показательными неравенствами называются неравенства вида: $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, где a – положительное число, отличное от 1, и неравенства, сводящиеся к этому виду.

Теорема. Если $a > 1$, то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству того смысла: $f(x) > g(x)$.

Если $0 < a < 1$, то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству противоположного смысла: $f(x) < g(x)$.

Пример 1.

Решить неравенство: $2^{2x-4} > 64$

Решение:

Неравенство преобразуем: $2^{2x-4} > 2^6$. Это неравенство равносильно неравенству того же смысла $2x - 4 > 6$, *откуда* $x > 5$.

Ответ: $x \epsilon (5; \infty)$

Пример 2.

Решить неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} < \frac{1}{\sqrt{3}}$,

Решение:

Воспользуемся тем, что $\frac{1}{\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$, перепишем заданное неравенство в виде:

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} < \left(\frac{1}{3}\right)^{0,5}$. Здесь основанием служит число $\frac{1}{3} < 1$. Значит, рассматриваемое неравенство равносильно неравенству противоположного смысла $2x - 3,5 > 0,5$, *откуда находим*: $x > 2$.

Ответ: $x \epsilon (-\infty; 2)$

Пример 3

Решить неравенство: $0,5^{x^2-3x} \leq 0,5^{3x-8}$

Так как $0,5 < 1$, то заданное неравенство равносильно неравенству противоположного смысла $x^2 - 3x \geq 3x - 8$, *т.е.* $x^2 - 6x + 8 \geq 0$

Найдем корни квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 8$

$x_1 = 2, x_2 = 4$.

Значит, неравенство $x^2 - 6x + 8 \geq 0$ имеет смысл при $x \leq 2$, *или* $x \geq 4$.

Ответ: $x\epsilon(-\infty;2)\cup(4;\infty)$

Пример 4

Решить неравенство $3^{6-x}>1$.

Решение: $3^{6-x}>3^0$, так как $3>1$, то это неравенство равносильно неравенству того же смысла $6-x>0$ Отсюда следует $-x>-6$. *Умножимправуюилевуючастьнеравенствана*(-1).

Знак неравенства поменяется на противоположный.

$x<6$

Ответ: $x\epsilon(-\infty;6)$.

Пример 5

Решить неравенство $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7}<\left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$

Решение.

Воспользуемся тем, что $\frac{7}{3}=\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$

И запишем неравенство в виде: $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7}<\left(\frac{3}{7}\right)^{-7x+3}$.

Так как $\frac{3}{7}<1$, то неравенство равносильно неравенству противоположного смысла:

$3x-7>-7x+3$,

$10x>10$,

Отсюда следует, $x>1$.

Ответ: $x\epsilon(1;\infty)$

Решить самостоятельно:

1. При каких значениях a из неравенства $a^{x_1}>a^{x_2}$ следует неравенство: $x_1>x_2$?
2. При каких значениях a из неравенства $a^{x_1}>a^{x_2}$ следует неравенство: $x_1<x_2$?

Решить неравенство:

3. $5^x<625$;
4. $\left(\frac{1}{2}\right)^x\le\frac{1}{8}$;
5. $\left(\frac{2}{3}\right)^x<\frac{8}{27}$;
6. $2^{x+1}<32$;
7. $3^x\le 1$;
8. $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+6}>\frac{4}{9}$;
9. $(0,1)^{5x-9}<0,001$;
10. $4^{5x-1}>16^{3x+2}$;

Пример 7

Решить неравенство $2^x-2^{x-2}\le 3$.

Решение:

Выносим за скобки степень с наименьшим показателем, т.е. 2^{x-2}.

Получим: $2^{x-2}(2^2-1)\le 3$,

$$2^x\cdot 3\le 3,$$

$2^x\le 1$, $\quad$ *таккак*$2^0=1$ *то*

$2^x\le 2^0$

Так как основание $2>1$, то неравенство равносильно неравенству того же смысла $x\le 0$.

Ответ: $x\epsilon(-\infty;0)$

Решить самостоятельно:
1. $2^x + 2^{x+2} \leq 20$;
2. $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$;
3. $2^{x+2} - 2^x > 96$;

Пример 8
Решить неравенство $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$
Решение.
Заменим :$7^x = t, t > 0$;
Получим неравенство: $t^2 - 8t + 7 > 0$. Трехчлен $t^2 - 8t + 7$ разложим на множители: $(t - 7)(t - 1>0$.
$t < 7; t > 1$.
$7^x < 7, \quad a = 7 > 1, mox < 1$
$7^x > 1, \quad 7^x > 7^0, \quad a = 7 > 1, \quad mox > 0$.
Ответ: $x\epsilon(-\infty; 1) \cup (0; \infty)$

Пример 9
Решить неравенство: $\frac{1}{4} \cdot 4^x + 2^x - 3 \leq 0$;
Решение: $2^x = t, t > 0$; Получим неравенство: $\frac{1}{4}t^2 + t - 3 \leq 0$;
Преобразуем неравенство: $t^2 + 4t - 12 \leq 0$;
Трехчлен $t^2 + 4t - 12$ разложим на множители $(t + 6)(t - 1) \leq 0$
$t + 6 > 0$, следовательно, $t - 1 \leq 0$. $2^x < 1$, так как $a = 2 > 1$, $mo\ x < 0$.

Решить самостоятельно:
1. $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$;
2. $9^x - 6 \cdot 3^x < 27$;
3. $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} - 8 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x + 7 < 0$;
4. $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0$;

Системы показательных уравнений
Примеры с решениями.

Пример 1
Решить систему.
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3^{x+y} = 9 \end{cases}$$
Решение: Воспользуемся способом подстановки. Выразив из первого уравнения у, получим $y = 1 - 2x$. Тогда $3^{x+(1-2x)} = 9$ или $3^{1-x} = 3^2$, откуда
$1 - x = 2$, $x = -1$. Следовательно, $y = 1 - 2 \cdot (-1), y = 3$.
Ответ: $(-1; 3)$

Пример 2
Решить систему:
$$\begin{cases} 2 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^{x+y} = 16^{3x-y} \\ 9^{x+y} - 3^{x+y} = 72 \end{cases}$$
Решение:
1. Преобразуем первое уравнение системы к более простому виду:

$2 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^{x+y} = 16^{3x-y}$ $\qquad (\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}})$

$$2 \cdot 2^{\frac{1}{2}(x+y)} = 2^{4(3x-y)}$$

$2^{1+\frac{x+y}{2}} = 2^{12x-4y}$

$1 + \frac{x+y}{2} = 12x - 4y$

$2 + x + y = 24x - 8y$

$23x - 9y = 2$

2. Преобразуем второе уравнение к более простому виду. Введем новую переменную $z = 3^{x+y}$.
   Тогда второе уравнение системы примет вид:
   $z^2 - z = 72$, откуда $z_1 = 9,\ z_2 = -8$. Из уравнения $3^{x+y} = 9$ находим:

$x + y = 2$; уравнение$3^{x+y} = -8$ не имеет решений.

Итак, второе уравнение системы нам удалось преобразовать к виду: $x + y = 2$

3. Решим полученную систему уравнений:

$\begin{cases} 23x - 9y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Умножим обе части второго уравнения на 9 и сложим полученное уравнение с первым уравнением системы:

$(23x - 9y) + (9x + 9y) = 2 + 18$;

$32x = 20, \qquad x = \frac{5}{8}$

Из уравнения $x + y = 2$ находим: $\frac{5}{8} + y = 2$; $\quad y = \frac{11}{8}$

Ответ:$(\frac{5}{8}; \frac{11}{8})$

Решить самостоятельно:

19.1. $\begin{cases} x - y = 1 \\ 4^{2x-3y} = 1 \end{cases}$

19.4. $\begin{cases} 5^{2x-y} = 125 \\ 4^{x-y} = 4 \end{cases}$

19.2. $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 12 \\ 2^{y-1} - 3^x = 5 \end{cases}$

19.3. $\begin{cases} 2^{x+y} = 16 \\ 3^y = 27^x \end{cases}$

Самостоятельная работа № 20

Тема «Показательная и логарифмическая функции»

Решение задач по теме: «Преобразование выражений, содержащих показательные и логарифмические функции»

Цель: Знать основное логарифмическое тождество, свойства логарифмов, уметь применять их при решении упражнений.

Теоретический материал:

Определениелогарифма

Логарифмом числа b по основаниюa называется показатель степени, в которую нужно возвести a, чтобы получить b.

1. $\log_a b = c, \quad a^c = b, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0$

Десятичные логарифмы (логарифмы по основанию 10)	$\log_{10} a$	обозначаются как	$\lg a$ или $\ell g a$
Натуральные логарифмы (логарифмы по основанию ***e***)	$\log_e a$	обозначаются как	$\ln a$ или $\ell n\, a$

Свойства логарифм

$a^{\log_a b} = b, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0$

$\log_a 1 = 0$

$\log_a a = 1$

$\log_a a^m = m$

Действия с логарифмами

логарифм произведения:	$\log_c(a \cdot b) = \log_c a + \log_c b, \quad c > 0, \quad c \neq 1, \quad a > 0, \quad b > 0$
логарифм частного:	$\log_c\left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b, \quad c > 0, \quad c \neq 1, \quad a > 0, \quad b > 0$
логарифм степени:	$\log_c a^k = k \cdot \log_c a, \quad c > 0, \quad c \neq 1, \quad a > 0$
логарифм корня:	$\log_c \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \cdot \log_c a, \quad c > 0, \quad c \neq 1, \quad a > 0$
переход к новому основанию:	$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}, \quad b > 0, \quad b \neq 1, \quad a > 0, \quad c > 0, \quad c \neq 1$

Определение логарифма

Логарифмом числа *b* по основанию*a* называется показатель степени, в которую нужно возвести *a*, чтобы получить *b*.

$$\log_a b = c, \quad a^c = b, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0$$

Десятичные логарифмы (логарифмы по основанию 10)	$\log_{10} a$	обозначаются как	$\lg a$ или $\ell g a$
Натуральные логарифмы (логарифмы по основанию ***e***)	$\log_e a$	обозначаются как	$\ln a$ или $\ell n\, a$

Свойства логарифма

$$a^{\log_a b} = b, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a a^m = m$$

Действия с логарифмами

логарифм произведения: $\log_c(a\cdot b)=\log_c a+\log_c b,\quad c>0,\quad c\neq 1,\quad a>0,\quad b>0$

логарифм частного: $\log_c\left(\frac{a}{b}\right)=\log_c a-\log_c b,\quad c>0,\quad c\neq 1,\quad a>0,\quad b>0$

логарифм степени: $\log_c a^k=k\cdot\log_c a,\quad c>0,\quad c\neq 1,\quad a>0$

логарифм корня: $\log_c\sqrt[n]{a}=\frac{1}{n}\cdot\log_c a,\quad c>0,\quad c\neq 1,\quad a>0$

переход к новому основанию: $\log_b a=\frac{\log_c a}{\log_c b},\quad b>0,\quad b\neq 1,\quad a>0,\quad c>0,\quad c\neq 1$

Дополнительные формулы: $\log_a b=\frac{1}{\log_b a},\quad a>0,\quad a\neq 1,\quad b>0,\quad b\neq 1$

$$\frac{\log_n b}{\log_n c}=\frac{\log_m b}{\log_m c}=\log_c b$$

$$\log_n b\cdot\log_m c=\log_m b\cdot\log_n c$$

$$a^{\log_n b}=b^{\log_n a}$$

$$\log_{a^m} b^m=\log_a b,\quad a>0,\quad a\neq 1,\quad b>0$$

Логарифмические уравнения

Основные типы логарифмических уравнений:

1). $\log_a f(x) = g(x)$, $a>0$, $a\neq 1$

2). $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, $a>0$, $a\neq 1$

3). $c_0\log^2_a x + c_1\log_a x + c_2 = 0$, $c_0\neq 0$, $a>0$, $a\neq 1$

4). $\log_{h(x)} f(x) = \log_{h(x)} g(x)$

5). $\log_{h(x)} f(x) = \log_{g(x)} f(x)$, где f(x), g(x), h(x) – заданныефункции.

Методы решения логарифмических уравнений.

1. Метод решения на основании определения логарифма.

Теорема. Уравнения $\log_a f(x) = g(x)$, $a>0$, $a\neq 1$ и $f(x) = a^{g(x)}$ равносильны

2. Метод потенцирования.

Пусть $a\neq 1$ – фиксированное положительное число и пусть дано уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$. Замену этого уравнения уравнением $f(x) = g(x)$ называют **потенцированием уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$.**

Замечание. Потенцирование уравнения может привести к появлению посторонних корней.

Пример. Уравнение lg $(x^2 - 4) = \lg (4x - 7)$ приводит к уравнению – следствию $(x^2 - 4) = (4x - 7)$, имеющему корень 1, посторонний для исходного уравнения.

Теорема. Уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Теорема. Уравнение $\log_{h(x)} f(x) = \log_{h(x)} g(x)$ равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ h(x) > 0 \\ h(x) \neq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \\ h(x) > 0 \\ h(x) \neq 1 \end{cases}$$

Теорема. Уравнение $\log_{h(x)} f(x) = \log_{g(x)} f(x)$, где f(x), g(x), h(x) – заданные функции равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} h(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ h(x) > 0 \\ h(x) \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

a. Метод введения новой переменной.

Уравнение $c_0 \log^2_a x + c_1 \log_a x + c_2 = 0$, $c_0 \neq 0$, $a > 0$, $a \neq 1$

Обозначив $\log_a x = y$ и решив полученное квадратное уравнение, придём к уравнению типа 1).

Отметим, что часто исходное уравнение сводится к одному из указанных типов после некоторых преобразований, использующих свойства логарифмов.

Логарифмические неравенства

Основные типы логарифмических неравенств:

1). $\log_a f(x) > g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$

2). $\log_a f(x) < g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$

3). $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$

4). $c_0 \log^2_a x + c_1 \log_a x + c_2 > 0$, $c_0 \neq 0$, $a>0$, $a \neq 1$

5). $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$

Решение указанных неравенств основано на следующих утверждениях:

Теорема. Если $a > 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Если $0 < a < 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Теорема. Неравенство $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$ равносильно совокупности систем:

$$\begin{cases} 0 < h(x) < 1 \\ f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h(x) > 1 \\ f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Теорема. Неравенство $\log_a f(x) > g(x)$, $a > 1$равносильно неравенству $f(x) > a^{g(x)}$, при $0 < a < 1$ – системе

$$\begin{cases} f(x) > a^{g(x)} \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Теорема. Неравенство $\log_a f(x) < g(x)$, $a > 1$равносильно системе

$$\begin{cases} f(x) < a^{g(x)} \\ f(x) > 0 \end{cases},$$

при $0 < a < 1$ – неравенству $f(x) < a^{g(x)}$.

Замечания.

1). Если исходное неравенство содержит знаки ≥ или ≤, то в соответствующей равносильной системе (неравенстве) следует поставить знак нестрогого неравенства во всех неравенствах, связанных с ОДЗ.

2). Громоздкость приведённых теорем, необходимость рассмотрения различных случаев в зависимости от основания логарифма служат причиной многочисленных ошибок, характерных для решения неравенств рассматриваемого вида. Следует также избегать ошибок, связанных с неправильным использованием формул.

Решить самостоятельно:

Вариант 1

1. Вычислить:

 1.1. $5{,}1^{\log_{5,1} 9}$; 1.2. $7^{\log_7 16}$; 1.3. $12^{1+\log_{12} 4}$; 1.4. $\log_2 \frac{1}{32}$;

 1.5. $\log_{27} 9$; 1.6.$3^{1+\log_3 5;}$.

2. Выяснить при каких значениях *X* имеет смысл выражение:

2.1.$\log_{\frac{1}{2}}(4-x)$; 2.2. $\log_{\frac{2}{3}}(x^2-16)$; 2.3. $\log_3 \frac{7-3x}{x-4}$;

3. Вычислить:

3.1. $2^{2+\log_2 5}$; 3.2. $2^{3\log_2 4}$; 3.3. $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$.

4. Вычислить:

4.1.$\log_{15} 5 + \log_{15} 3$;

4.2.$\log_{0,1} 5 + \log_{0,1} 2$;

4.3.$\log_5 50 - \log_5 2$;

4.4.$\log_2 8^7$;

4.5.$\log_{13} \sqrt[5]{169}$;

Вариант 2

1. Вычислить:

 1.1. $6{,}3^{\log_{6,3} 7}$; 1.2. $5^{\log_5 13}$; 1.3. $7^{2+\log_7 4}$; 1.4. $\log_3 \frac{1}{27}$;

 1.5. $\log_{16} 8$; 1.6. $5^{\log_5 0,2}$.

2. Выяснить при каких значениях *X* имеет смысл выражение:

2.1.$\log_{0,2}(7-x)$; 2.2. $\log_{\frac{2}{3}}(x^2-16)$; 2.3. $\log_5 \frac{7+2x}{x-3}$;

3. Вычислить:

3.1. $3^{1+\log_3 8}$; 3.2. $5^{2\log_5 3}$;3.3.$\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$;

4. Вычислить:

4.1.$\log_{12} 3 + \log_{12} 4$;

4.2.$\log_{\frac{1}{6}} 4 + \log_{\frac{1}{6}} 9$;

4.3.$\log_4 192 - \log_4 3$;

4.4.$\log_3 9^{10}$;

4.5.$\log_{15} \sqrt[3]{225}$;

Самостоятельная работа № 21

Тема «Показательная и логарифмическая функции»

Решение задач по теме: «Решение логарифмических уравнений и неравенств»

Цель: Знать методы решения логарифмических уравнений и неравенств, применять их при решении упражнений.

Теоретический материал

Основные типы логарифмических уравнений:

1). $\log_a f(x) = g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$

2). $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$

3). $c_0 \log^2_a x + c_1 \log_a x + c_2 = 0$, $c_0 \neq 0$, $a>0$, $a \neq 1$

4). $\log_{h(x)} f(x) = \log_{h(x)} g(x)$

5). $\log_{h(x)} f(x) = \log_{g(x)} f(x)$, где f(x), g(x), h(x) – заданныефункции.

Методы решения логарифмических уравнений.

3. Метод решения на основании определения логарифма.

Теорема. Уравнения $\log_a f(x) = g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$ и $f(x) = a^{g(x)}$ равносильны

4. Метод потенцирования.

Пусть $a \neq 1$ – фиксированное положительное число и пусть дано уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$. Замену этого уравнения уравнением $f(x) = g(x)$ называют **потенцированием уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$.**

Замечание. Потенцирование уравнения может привести к появлению посторонних корней.

Пример. Уравнение $\lg(x^2 - 4) = \lg(4x - 7)$ приводит к уравнению – следствию $(x^2 - 4) = (4x - 7)$, имеющему корень 1, посторонний для исходного уравнения.

Теорема. Уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Теорема. Уравнение $\log_{h(x)}f(x) = \log_{h(x)}g(x)$ равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ h(x) > 0 \\ h(x) \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \\ h(x) > 0 \\ h(x) \neq 1 \end{cases}$$

Теорема. Уравнение $\log_{h(x)}f(x) = \log_{g(x)}f(x)$, где f(x), g(x), h(x) – заданные функции равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} h(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ h(x) > 0 \\ h(x) \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

a. **Метод введения новой переменной.**

Уравнение $c_0 \log^2_a x + c_1 \log_a x + c_2 = 0$, $c_0 \neq 0$, $a>0$, $a \neq 1$

Обозначив $\log_a x = y$ и решив полученное квадратное уравнение, придём к уравнению типа 1).

Отметим, что часто исходное уравнение сводится к одному из указанных типов после некоторых преобразований, использующих свойства логарифмов.

Логарифмические неравенства

Основные типы логарифмических неравенств:

1). $\log_a f(x) > g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$

2). $\log_a f(x) < g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$

3). $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, $a>0$, $a \neq 1$

4). $c_0 \log^2_a x + c_1 \log_a x + c_2 > 0$, $c_0 \neq 0$, $a>0$, $a \neq 1$

5). $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$

Решение указанных неравенств основано на следующих утверждениях:

Теорема. Если $a > 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Если $0 < a < 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно любой из систем:

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Теорема. Неравенство $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$ равносильно совокупности систем:

$$\begin{cases} 0 < h(x) < 1 \\ f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h(x) > 1 \\ f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Теорема. Неравенство $\log_a f(x) > g(x)$, $a > 1$ равносильно неравенству $f(x) > a^{g(x)}$, при $0 < a < 1$ – системе

$$\begin{cases} f(x) > a^{g(x)} \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Теорема. Неравенство $\log_a f(x) < g(x)$, $a > 1$ равносильно системе

$$\begin{cases} f(x) < a^{g(x)} \\ f(x) > 0 \end{cases},$$

при $0 < a < 1$ – неравенству $f(x) < a^{g(x)}$.

Замечания.

1). Если исходное неравенство содержит знаки $\geq$ или $\leq$, то в соответствующей равносильной системе (неравенстве) следует поставить знак нестрогого неравенства во всех неравенствах, связанных с ОДЗ.

2). Громоздкость приведённых теорем, необходимость рассмотрения различных случаев в зависимости от основания логарифма служат причиной многочисленных ошибок, характерных для решения неравенств рассматриваемого вида. Следует также избегать ошибок, связанных с неправильным использованием формул.

Образцы решения логарифмических уравнений

1. **Решить уравнение:**

$\log_3(x-2)+\log_3(x+2)=\log_3(2x-1)$

Решение: Используя формулу: $\log_a x+\log_a y=\log_a(x\cdot y)$, заменим сумму логарифмов произведением:

$\log_3((x-2)\cdot(x+2))=\log_3(2x-1)$

$x^2-4=2x-1$

$x^2-4-2x+1=0$

$x^2-2x-3=0$

$x_1=3;\quad x_2=-1.$

Проверка:

$x_1=3$

$\log_3(3-2)+\log_3(3+2)=\log_3(2\cdot 3-1)$

$\log_3 5=\log_3 5$

$x_2=-1$

$\log_3(-1-2)+\log_3(-1+2)=\log_3(2\cdot(-1)-1)$ - не существует.

Ответ: x= 3

2. **Решить уравнение:**

$\log_4^2 x+\log_4 x-2=0$. Используем метод замены.

$$\log_4 x=t \implies t^2+t-2=0$$

$t_1=1,\qquad t_2=-2$. Подставим в замену.

$\log_4 x=1 \Rightarrow x=4^1=4,\quad \log_4 x=-2 \Rightarrow x=4^{-2}=\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}.$

Ответ: $x=4;\quad x=\frac{1}{16}.$

Решить самостоятельно:

№п/п	Вариант 1	Вариант 2
1	$3^{x+2} - 3^{x} = 72$	$2^{x} - 2^{x-4} = 15$
2	$2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$	$3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 3159$
3	$2^{2x} + 3 \cdot 2^{x} - 10 = 0$	$2 \cdot 4^{x} - 5 \cdot 2^{x} + 2 = 0$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{x} - 6 = 0$	$4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^{x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{x} - 4 = 0$
5	$log_3^2 x - 2log_3 x - 3 = 0$	$log_4^2 x - 4\log_4 x + 3 = 0$
6	$\log_7 2 = \log_7 x^2 - \log_7 8$	$\log_2 x^2 = \log_2 2 + \log_2 18$
7	$\log_{0.7}(x+3) + \log_{0.7}(x-3) = \log_{0.7}(2x-1)$	$\log_{11}(x+2) + \log_{11}(x-2) = \log_{11}(2x-1)$

Показательные и логарифмические неравенства

1	$2^{x} + 2^{x+2} \leq 20$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$
2	$7^{x} \geq 7^{x-1} + 6$	$2^{x+2} - 2^{x} > 96$
3	$7^{2x} - 8 \cdot 7^{x} + 7 > 0$	$9^{x} - 6 \cdot 3^{x} < 27$
4	$0{,}2^{2x} - 1{,}2 \cdot 0{,}2^{x} + 0{,}2 > 0$	$\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} - 8 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{x} + 7 < 0$
5	$\log_7(2-x) \leq \log_7(3x+6)$	$\log_{2,5}(4x-5) \geq \log_{2,5}(3x-6)$
6	$\log_{\frac{1}{3}}(1-2x) > \log_{\frac{1}{3}}(5x+25)$	$\log_{0,8}(2x-3) < \log_{0,8}(3x-5)$

Самостоятельная работа № 22

Тема «Векторы в пространстве»

Выполнение проекта «Векторы в пространстве»

Цель: сформировать навыки по содержанию, оформлению и выполнению проекта, определиться с выбором моделей;

содействовать воспитанию аккуратности, эстетического вкуса;

прививать навыки по планированию своей работы.

Выполните проект по теме, используя методические рекомендации по выполнению проекта.

Самостоятельная работа № 23

Тема «Метод координат в пространстве»

Выполнение реферата «Декарт и его математические труды»
Цель: привить обучающимся навыки самостоятельного исследования и умение творчески выполнять работу.
(рекомендации см. в приложении)

Самостоятельная работа № 24

Тема «Первообразная и интеграл»
Решение задач по теме «Вычисление определенного интеграла»

Цель:1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Вычисление определенного интеграла».

2.Закрепить и систематизировать знания по теме.

3.Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов

Перед выполнением работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) Что называется первообразной функции?

   б) Сформулируйте основное свойство первообразной.

   в) Сформулируйте три правила нахождения первообразных.

   г) Запишите формулу Ньютона-Лейбница.

2. Изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля.
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

Указания к выполнению работы

ПРИМЕР 1. Вычислите интеграл $\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx$.

РЕШЕНИЕ. Найдем множество всех первообразных для функции $-4x+4+x^2$:

$$F(x)=-4\cdot\frac{x^2}{2}+4\cdot x+\frac{x^3}{3}+C=-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}+C.$$

Пользуясь формулой Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx=\left(-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2}=\left(-2\cdot 2^2+4\cdot 2+\frac{2^3}{3}\right)-\left(-2\cdot(-2)^2+4\cdot(-2)+\frac{(-2)^3}{3}\right)=$$

$$=\left(-8+8+\frac{8}{3}\right)-\left(-8-8-\frac{8}{3}\right)=21\frac{1}{3}.$$

О т в е т: $21\frac{1}{3}$.

ПРИМЕР 2. Выясните, при каком отрицательном значении переменной a верно равенство

$$\int_{-2a}^{a} 2x^3 dx = -7{,}5\,?$$

РЕШЕНИЕ. Поскольку для $2x^3$ одной из первообразных является $\frac{x^4}{2}$,

$$\int_{-2a}^{a} 2x^3 dx = \left(\frac{x^4}{2}\right)\Bigg|_{-2a}^{a} = \frac{a^4}{2} - \frac{(-2a)^4}{2} = -\frac{15a^4}{2}.$$

Следовательно, нужно решить уравнение:

$$-\frac{15a^4}{2} = -7{,}5,$$

$$-\frac{15a^4}{2} = -\frac{15}{2},$$

$$a^4 = 1,$$

$$a = \pm 1.$$

Отрицательный корень этого уравнения – это число –1.

О т в е т: -1.

Задания для выполнения работы

Выберите правильный вариант ответа.

1. Значение $\int_{-1}^{1}\left(-6x + x^2 + 9\right)dx$ равно:

   а) $18\frac{1}{3}$; б) $18\frac{2}{3}$; в) $19\frac{1}{3}$.

2. Равенство $\int_{a}^{2a} x^3 dx = 3{,}75$ (где a> 0) верно, еслиa равно:

   а) 1; б) 2; в) 3.

Решить самостоятельно:

<u>Вариант 1.</u>

1. Вычислите интегралы: а) $\int_{-1}^{2} x^2 dx$; б) $\int_{0}^{\frac{\pi}{12}} (1 + cos\,2x)dx$.

2. Докажите справедливость равенства: $\int\limits_0^1 (2x+1)dx = \int\limits_0^2 (x^3-1)dx$.

Вариант 2.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} -2\sin x dx$; б) $\int\limits_{-2}^{2} \frac{dx}{\sqrt{2x+5}}$.

2. Докажите справедливость равенства: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \int\limits_0^{\sqrt[3]{3}} x^2 dx$.

Вариант 3.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$; б) $\int\limits_1^2 \frac{dx}{(x+1)^2}$.

2. Докажите справедливость равенства: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = \int\limits_{\frac{1}{16}}^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

Вариант 4.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{\frac{1}{4}}^{1} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{2x}{9}\right)}$.

2. Докажите справедливость равенства: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \int\limits_0^1 dx$.

Вариант 5.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{-1}^{2} -x^3 dx$; б) $\int\limits_0^{\frac{2\pi}{3}} \sin\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)dx$

2. Верно ли неравенство: $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} < \int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{dx}{x^2}$?

Вариант 6.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} -\frac{dx}{\sin^2 x}$; б) $\int\limits_0^2 (1+3x)^4 dx$.

3. Верно ли неравенство: $\int\limits_{-1}^{1} x^4 dx < \int\limits_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$?

Вариант 7.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos x dx$; б) $\int_2^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$.

2. Верно ли неравенство: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} > \int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$?

Вариант 8.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_1^5 x^4 dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$.

2. Верно ли неравенство: $\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx > \int_2^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x^2}$

Самостоятельная работа № 25

Тема «Первообразная и интеграл»

Решение задач по теме «Применение интеграла для вычисления площадей и объемов»

Цель:1.Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Применение определенного интеграла для вычисления площадей и объемов».

2.Закрепить и систематизировать знания по теме.

3.Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Перед выполнением работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Какую фигуру называют криволинейной трапецией? Приведите примеры криволинейных трапеций.

   б) Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции.

   в) Покажите на рисунках и запишите интегральные формулы, с помощью которых можно вычислить площади фигур, не являющихся криволинейными трапециями.

   г) Запишите и с помощью иллюстрации прокомментируйте интегральную формулу для вычисления объемов тел.

2. С помощью обучающей таблицы повторить план вычисления площади криволинейной трапеции и изучить образцы решенных задач.
3. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

Теоретический материал

Определение: **Неопределенным интегралом** функции f(x) называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:
F(x) + C. Записывают: $\int f(x)dx = F(x) + C$, где $F(x)$- есть некоторая первообразная функции $f(x)$ на этом промежутке, C – const. При этом знак $\int$ называется знаком интеграла, $f(x)$ - подынтегральной функцией, $f(x)dx$ - подынтегральным выражением, x - переменная интегрирования, C- постоянная интегрирования.
Операция нахождения неопределенного интеграла от данной функции называется интегрированием данной функции.

Интегрирование – операция, обратная операции дифференцирования. У всякой непрерывной на данном интервале функции существует неопределенный интеграл.

Таблица неопределенных интегралов

$$\int dx = x + C \qquad \int sinxdx = -cosx + C \qquad \int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg\frac{x}{a} + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad \int cosxdx = sinx + C \qquad \int tgxdx = -ln|cosx| + C$$

$$\int \frac{dx}{x} = ln|x| + C \qquad \int \frac{dx}{sin^2x} = -ctgx + C \qquad \int ctgxdx = ln|x| + C$$

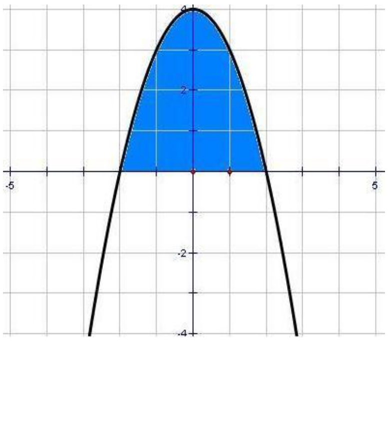
$$\int a^x dx = \frac{a^x}{lna} + C \qquad \int \frac{dx}{cos^2x} = tgx + c \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = arcsin\frac{x}{a} + C$$

$$\int \ell^x dx = \ell^x + C \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C \qquad \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$$

Свойства неопределенного интеграла:
$\int dF(x) = F(x) + C;$
$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx;$
$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx;$
$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C;$

Определение: Фигура, ограниченная снизу отрезком [a, b] оси Ox ,сверху графиком непрерывной функции y= f(x), принимающей положительные значения , а с боков отрезками прямых x = a, x =b называется криволинейной трапецией.

$\boldsymbol{S = \int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a).}$



Образец решения:

Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

y = 4 - x² и y=0

Решение:

1. y = 4 - x²- квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вниз, вершина (0;4)

y = 0 - ось абсцисс.

2. Найдём точки пересечения параболы с осью Х: $x^2 - 4 = 0;$

$x^2 = 4, \quad x = 2, \quad x = -2.$

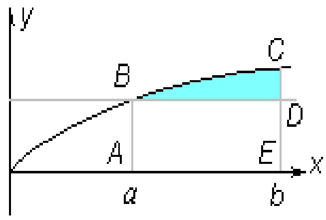
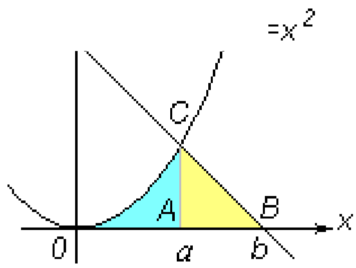
3. Найдём площадь криволинейной трапеции по формуле:

$$S = \int_{-2}^{2}(4 - x^2)dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2} = \left(4\cdot 2 - \frac{2^3}{3}\right) - \left(4\cdot(-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right) =$$

$$= 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = 16 - \frac{16}{3} = 16 - 5\frac{1}{3} = 10\frac{2}{3}\,(ед.^2)$$

Задание. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = \sqrt{x},\ y = 2,\ x = 9$; б) $y = x^2,\ y = 2 - x,\ y = 0$.

№ шага	План вычисления площади криволинейной трапеции	Применение плана: а) $y = \sqrt{x},\ y = 2,\ x = 9$	б) $y = x^2,\ y = 2 - x,\ y = 0$
1	Строим заданные линии и штриховкой отмечаем фигуру, площадь которой надо найти. Установим, является ли эта фигура криволинейной трапецией		
2	Записываем формулу для вычисления площади искомой фигуры	$S = S_{ABCDE} - S_{ABDE} =$ $= \int_a^b \sqrt{x}dx - \int_a^b 2dx$	$S = S_{OAC} + S_{ACB} =$ $= \int_0^a x^2 dx + \int_a^b (2 - x)dx$
3	Находим пределы интегрирования	$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 2; \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4,$ $a = x_A = 4,\ b = x_B = 9$	$\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2 - x; \end{cases} \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2;1$

4	Вычисляем искомую площадь по формуле (*)	$S=\int\limits_4^9\sqrt{x}dx-\int\limits_4^9 2dx=\left.\frac{2x^{3/2}}{3}\right\|_4^9-$ $-\left.2x\right\|_4^9=\frac{2}{3}(27-8)-2(9-4)=$ $=\frac{8}{3}$, $S=2\frac{2}{3}$ (кв.ед.)	$S=\int\limits_0^1 x^2dx+\int\limits_1^2(2-x)dx=$ $=\left.\frac{x^3}{3}\right\|_0^1+\left.\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\right\|_1^2=\frac{1}{3}+$ $+\left(4-\frac{4}{2}\right)-\left(2-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{6}$, $S=\frac{5}{6}$ (кв.ед.)

Примеры. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y=x^2, y=0, x=2$; 2) $y=x^2, y=1$; 3) $y=-x^2+1, y=0$; 4) $y=1+x^2, y=2$;
5) $y=e^x, y=0, x=0, x=1$; 6) $y=x^3, y=\sqrt{x}$; 7) $y=2x-x^2, y=\frac{3}{4}$; 8) $y=x^3, y=1, x=2$
;9) $y=\frac{5}{x}, y=6-x$.

Решить самостоятельно:

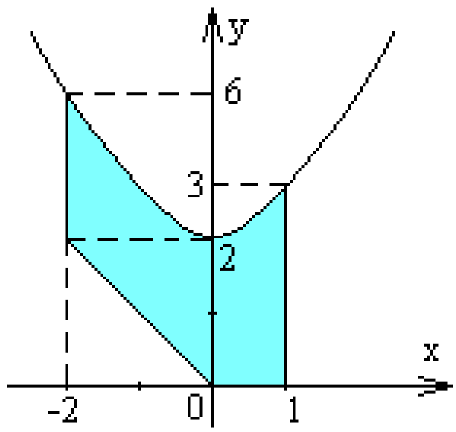
Вариант 1.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2-3x+4, \quad y=x+1$.
2. *Выберите правильный вариант ответа.*
   Площадь фигуры, изображенной на рисунке, вычисляется по формуле:

   а) $S=\int\limits_{-2}^{2}\left(x^2-2\right)dx-2$;

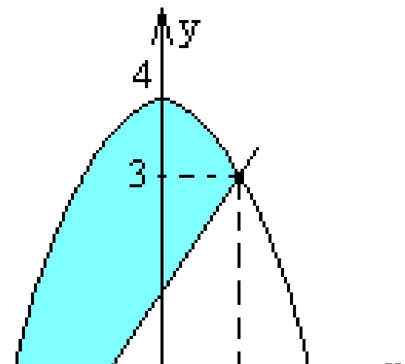
   б) $S=\int\limits_{-1}^{1}\left(x^2+2\right)dx+2$;

   в) $S=\int\limits_{-2}^{1}\left(x^2+2\right)dx-2$.



Вариант 2.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=0{,}5x^2-2x+3, \quad y=7-x$.
2. *Выберите правильный вариант ответа.*
   Площадь фигуры, изображенной на рисунке, вычисляется по формуле:



а) $S = \int\limits_{-2}^{1} \left(x^2 + 4\right)dx - 3$;

б) $S = \int\limits_{-2}^{2} \left(-x^2 + 4\right)dx + 3$;

в) $S = \int\limits_{-2}^{1} \left(4 - x^2\right)dx - 3$.

Вариант 3.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = (x-2)^2, \quad y = 4 - x^2$.
2. *Выберите правильный вариант ответа*. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x-1}, \ y = 2, \ y = 0, \ x = 0$, равна:

   а) $4\frac{2}{3}$; б) 4; в) $3\frac{1}{3}$.

Вариант 4.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x + 2, \quad y = 2 + 4x - x^2$.
2. *Выберите правильный вариант ответа*. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x+1}, \ y = 2, \ y = 0, \ x = -2$, равна:

   а) $4\frac{1}{3}$; б) $3\frac{2}{3}$; в) $4\frac{2}{3}$.

Вариант 5.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x + 4, \quad y = 3, \ x = -1$.
2. *Выберите правильный вариант ответа*. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^{2x}, \ y = 0, \ x = 0, \ x = a \ (a > 0)$, равна $\frac{e-1}{2}$, если, a равно:

   а) $\frac{e}{2}$; б) 0,5; в) $\frac{1}{2e}$.

Вариант 6.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4x - x^2, \quad y = 4 - x$.
2. *Выберите правильный вариант ответа*. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2e^{0,5x}, \ y = 0, \ x = 0, \ x = b \ (b > 0)$, равна $4e^2 - 4$, если b равно:

   а) $2e$; б) 4; в) $\frac{4}{e}$.

Вариант 7.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 6 + x - x^2, \quad y = 6 - 2x$.

2. *Выберите правильный вариант ответа*. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - |x|$, $y = x^2$, равна:

а) $2\frac{5}{6}$; б) $1\frac{2}{3}$; в) $2\frac{1}{3}$.

Самостоятельная работа № 26

Тема «Цилиндр, конус, шар»

Выполнение проекта «Тела вращения в моей профессии»

Цель: сформировать навыки по содержанию, оформлению и выполнению проекта, определиться с выбором моделей;

содействовать воспитанию аккуратности, эстетического вкуса;

прививать навыки по планированию своей работы.

Выполните проект по теме, используя методические рекомендации по выполнению проекта.

Самостоятельная работа № 27

Тема «Объемы тел»

Выполнение сообщения по теме: «Объемы тел»

Цель: привить обучающимся навыки самостоятельного исследования и умение творчески выполнять работу.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СООБЩЕНИЙ

- ✓ Текст сообщения распечатать на бумаге формата А4.
- ✓ По всем сторонам листа оставить поля от края листа. Размеры: левого поля - 20 мм; правого поля - 10 мм; верхнего поля - 15 мм; нижнего поля - 15 мм.
- ✓ Использовать шрифт TimesNewRoman. Цвет шрифта должен быть чёрным, кегль – 12 пт. Можно использовать компьютерные возможности акцентирования внимания на определённых терминах, применяя различные способы начертания.
- ✓ Заголовки следует располагать в середине строки без точки в конце и печатать прописными буквами, не подчеркивая.
- ✓ Для абзацев, не являющихся заголовками, установить отступ первой строки на 12,5 мм и выравнивание – по ширине. Расстояние между абзацами – 3 пт.
- ✓ Если в сообщении более одной страницы, то страницы следует нумеровать арабскими цифрами.
- ✓ Обязательно напечатать список использованных источников (название статей, сайтов, или др. и адреса Web-страниц). В сообщении должны быть ссылки на используемую литературу.
- ✓ Не забудьте подписать сообщение (указать фамилию, имя учащегося, подготовившего сообщение).

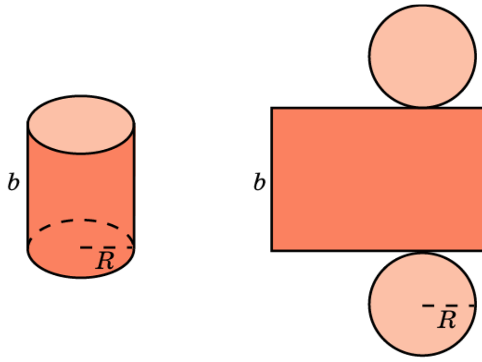
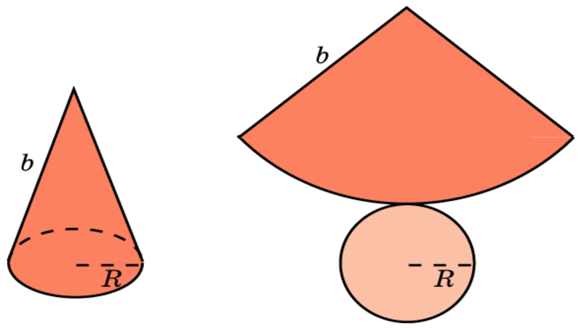
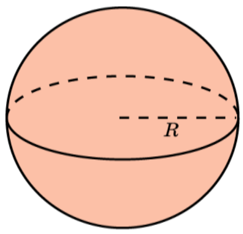
Самостоятельная работа № 28

Тема «Объемы тел»

Решение задач по теме «Площади поверхности и объем фигур вращения»

Цель: Знать формулы для вычисления площадей поверхности фигур вращения и уметь применять их при решении задач.

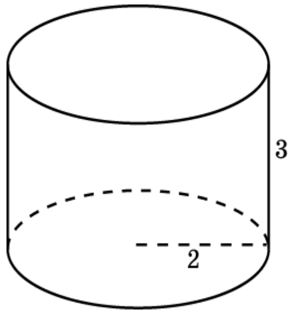
Теоретический материал

№п/п	Наименование фигуры	Изображение	Формула площадей полной и боковой поверхности
1	Цилиндр		$S_б = 2\pi RH$ $S_п = 2\pi RH + 2\pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \pi R^2 \cdot H$
2	Конус		$S_б = \pi Rl$ $S_п = \pi Rl + \pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H$
3	Сфера, шар		$S_п = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

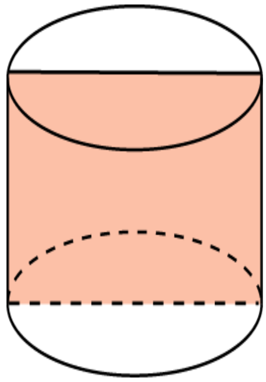
Решить самостоятельно:

Вариант 1

1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота - 3 м. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.

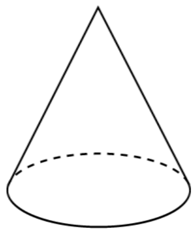


2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4 м^2. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.

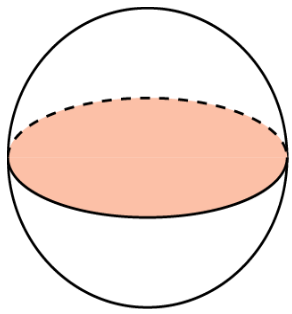


3. Два цилиндра образованы вращением одного и того же прямоугольника вокруг его неравных сторон. Равны ли у этих цилиндров площади: а) боковых; б) полных поверхностей?; в)объемы?

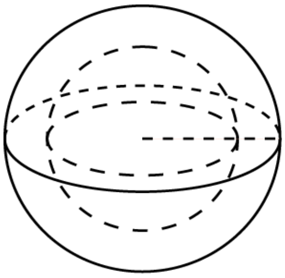
4. Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания.



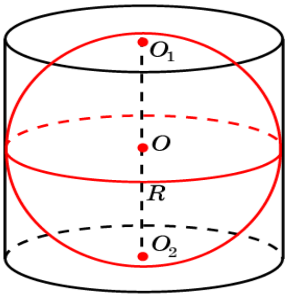
5. Площадь большого круга шара равна 3 см^2. Найдите площадь поверхности и объем шара.



6. Площади поверхностей двух шаров относятся как 4 : 9. Найдите отношение их диаметров.



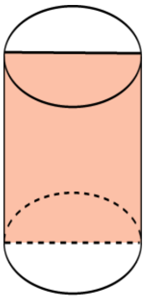
7. Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их площадей поверхностей и объемов.



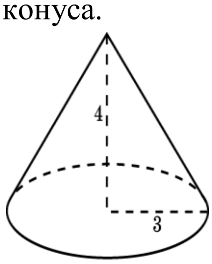
8. Прямоугольник вращается вокруг одной из сторон, равной 5см. Площадь боковой поверхности цилиндра, полученного при вращении, равна 100π см^2. Найдите площадь прямоугольника.

Вариант 2

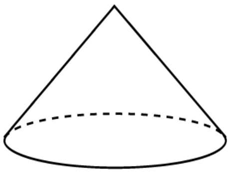
1. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите площадь поверхности и объем цилиндра.



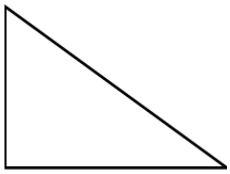
2. Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м. Найдите площадь поверхности и объем конуса.



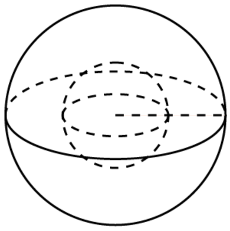
3. Образующая конуса равна 4 дм, а угол при вершине осевого сечения равен 90°. Вычислите площадь боковой поверхности и объем конуса.



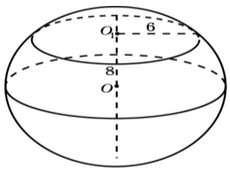
4. Два конуса образованы вращением одного и того же прямоугольного треугольника вокруг его неравных катетов. Равны ли у этих конусов площади: а) боковых; б) полных поверхностей? в)объемы?



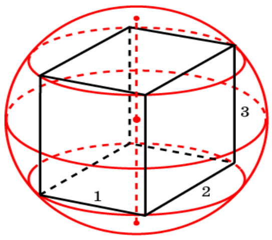
5. Как изменится площадь поверхности и объем шара, если увеличить радиус шара в: а) 2 раза; б) 3 раза; в) n раз?



6. Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности и объем шара.



7. Около прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 1 дм, 2 дм и 3 дм, описан шар. Найдите площадь его поверхности.



8. Прямоугольник, одна из сторон которого равна 5см, вращается вокруг неизвестной стороны. Площадь боковой поверхности цилиндра, полученного при вращении, равна 60π см^2. Найдите площадь прямоугольника.

Самостоятельная работа№ 29

Тема «Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей»
Решение задач по теме: «Операции над множествами»
Решение задач по теме «Элементы теории вероятности»
Выполнение сообщения на тему: «Практическое применение комбинаторных задач»

Цель:Научиться выполнять операции над множествами**.**

Теоретический материал

Множеством называют совокупность объектов, объединенных по определенному признаку. Множество состоит из элементов (множество студентов колледжа, рациональ- ных чисел). Множества обозначаются заглавными буквами латинского алфавита A, B, C … Элементы множества обозначаются малыми латинскими буквами *a, b*, c, … ,y. *Пример 1*. Если N – множество натуральных чисел, то $2 \in N$, $10 \in$ N, но $-5 \notin$ N. *Пример 2*. Пусть A – множество всех стран Европы, тогда Англия $\in$ A, в то время как Индия $\notin$ A.

Объединением множеств A_1 и A_2 называют множество B, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A_1 ,A_2 .

Пересечением множеств A_1 и A_2 называют множество B, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат и множеству A_1 и множествуA_2 одновременно.

Разностью множеств A_1 и A_2 называют множество B, состоящее только из тех элементов множества A_1 , которые не содержатся в множестве A_2.

Дополнением (до U) множества A называется множество $\bar{A}$ всех элементов, не принадлежащих A, но принадлежащих универсальному множеству U.

Задания для самостоятельной работы

1. Запишите множество A, элементы которого суть делители числа 24.
2. Найдите множество целых корней уравнения $9x^2 – 1 = 0$.
3. Найдите пересечение множеств A = {0, 1, 2,3}, B = { -1,2, 3, 4, 5, 6}.
4. Пусть X – это множество государственных предприятий с годовым оборотом b не ниже a. Пусть Y – это множество предприятий с годовым оборотом b не выше c. (Пусть, a$<$ c). Определить пересечение множеств X $\cap$ Y.
5. Найдите разность множеств A = { 2n – 1, n $\in$ N} и B = {4m + 1, m $\in$ N}.
6. Даны множества A_1 = {*a, b,* c}; A_2 = {c, d, e*, f}*; U = { *a, b*, c, d, e,*f*}. Осуществите над множествами операции а)объединения, б)пересечения, в)разности, г)дополнения.

Самостоятельная работа№30

Тема «Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей»
Решение задач по теме «Элементы теории вероятности»

Цель: научиться находить вероятность того или иного события, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины X и применять полученные знания при решении практических задач.

Теоретический материал

Вероятностью событияA называется отношение числа **m**благоприятствующих этому событию исходов к общему числу **n**всех равновозможных исходов испытания: **P(A) =**$\frac{m}{n}$**.**

Дискретной случайной величиной называется такая величина, число возможных значений которой либо конечное, либо бесконечное счётное множество, т. е. множество, элементы которого могут быть пронумерованы.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины X с законом распределения:

X	X_1	X_2	…	X_i	…	$x_п$
р	**Pi**	P2	…	Pi	…	Pп

называется число $\mathbf{M(X) = x_1}p_1 + \mathbf{x_2\ p_2 + ... + x_п}p_п$.

Дисперсией случайной величины (степенью рассеяния значений случайной величины относительно центра, т.е. математического ожидания) называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания

$$\mathbf{D(X) = M\,(X\text{-}M\,(X\,))^2} \text{ или } \mathbf{D(X) = M\,(X^2) - M^2(\,X\,)}.$$

Средним квадратическим отклонением случайной величины называется величина$\sigma = \sqrt{\boldsymbol{D(X)}}$. Она характеризует примерный размах самого отклонения.

При нахождении дисперсии и среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины:

1) задать закон распределения этой величины (составить таблицу):

X	x1	x2	…	x_i	…	x_n
p	**Pi**	P2	…	*Pi*	…	*Pn*

где **X;** - возможные значения случайной величины, p_t- их вероятности ;

2) найти математическое ожидание M(X) дискретной случайной величины X по формуле: $M(X) = x_1p_1 + x_2\ p_2 + \ldots + x_np_n$;

3) найти дисперсию дискретной случайной величины по формуле: $D(X) = M\,(\,X - M\,(\,X\,)\,)^2$ или $D(X) = M\,(X^2) - M^2\,(X)$;

4) найти среднее квадратическое отклонение случайной величины по формуле: $\sigma = \sqrt{\boldsymbol{D(X)}}$

Примеры:

1. Дискретная случайная величина распределена по закону:

X	-1	0	1	2
p	0,2	0,1	0,3	0,4

Найти D (X). **Решение.**

Сначала находим

$M(X) = -1 \cdot 0{,}2 + 0 \cdot 0{,}1 + 1 \cdot 0{,}3 + 2 \cdot 0{,}4 = 0{,}9$,

а затем

$M(X^2) = 1 \cdot 0{,}2 + 0 \cdot 0{,}1 + 1 \cdot 0{,}3 + 4 \cdot 0{,}4 = 2{,}1$;

$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 2{,}1 - 0{,}81 = 1{,}29$.

2. Вероятность того, что расход электроэнергии в колледже в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна p= 0,85. Найти вероятность того, что в ближайшие 25 суток расход электроэнергии в течение 20 суток не превысит нормы.

Решение.

Так как вероятность нормального расхода электроэнергии на протяжении каждых из 25 суток постоянна и равна p = 0,85, то вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна $q = 1 - p = 1 - 0{,}85 = 0{,}15$.

По формуле Бернулли $P_{m\,n} = C_n^m\, p^n q^{n-m}$

находим искомую вероятность:

$P_{20,25} = C_{25}^{20}\, p^{20} q^{25-20} = C_{25}^{5} (0{,}85)^{20} \cdot (0{,}15)^5 \approx 0{,}156$.

	1				2				3			
1	X	-1	0	2	X	1	0	2	X	1	0	2
	p	0,2	0,1	0,15	p	0,2	0,6	0,14	p	0,7	0,3	0,14
2	X	1	0	2	X	-1	0	2	X	-1	0	2
	p	0,3	0,1	0,15	p	0,3	0,6	0,15	p	0,8	0,5	0,15
3	X	-1	0	2	X	-1	0	2	X	-1	0	2
	p	0,4	0,2	0,12	p	0,7	0,1	0,12	p	0,3	0,2	0,17
4	X	1	0	2	X	1	0	2	X	1	0	2
	p	0,2	0,5	0,12	p	0,7	0,4	0,11	p	0,2	0,6	0,14

Задания для самостоятельной работы

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Самостоятельная работа№ 31

Тема «Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей»

Выполнение сообщения на тему: «Практическое применение комбинаторных задач»

Цель: привить студентам навыки самостоятельного исследования и умение творчески выполнять работу.

(рекомендации см. в приложении)

Самостоятельная работа№ 32

Тема «Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств»

Выполнение проекта «Математика без формул, уравнений и неравенств»

Цель: привить студентам навыки самостоятельного исследования и умение творчески выполнять работу.

(рекомендации см. в приложении)

Самостоятельная работа№ 33

Тема «Заключительное повторение курса математики»

Приготовить сообщение на тему: «Жизнь и деятельность математиков-ученых»

Цель: расширить кругозор учащихся, познакомить с жизнью и деятельностью математиков – ученых.

Задание для обучающихся. Написать сообщение на заданную тему.

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.
Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.
Этапы подготовки сообщения:
1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.
Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

Выполнить самостоятельно:

Написать сообщение на тему: «Математики - известные ученые» (на выбор).

1. Николай Лобачевский;
2. Софья Ковалевская;
3. Николай Боголюбов;
4. Григорий Перельман;
5. Пафнутий Чебышев;
6. Виктор Садовничий;
7. Леонтий Магницкий;
8. Владимир Брадис;
9. Константин Поссе;
10. Андрей Колмогоров;
11. Рене Декарт;
12. Эварист Галуа;
13. Карл Вейерштрасс;
14. Пьер Ферма;
15. Джон Нейман;
16. Жан Даламбер;
17. Клаус Мёбиус;
18. Евклид;
19. Пифогор;
20. Го́тфридВи́льгельмЛе́йбниц.

Литература:

1. Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10-11 классы. Учебник (базовый уровень). - М.: Мнемозина, 2014.
2. Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10-11 классы. Задачник(базовый уровень). - М.: Мнемозина, 2014.
3. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др. Геометрия. 10–11 классы. Учебник (базовый и профильный уровни). – М.: Просвещение, 2014.
4. Севрюков П.Ф. Тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства; учебное пособие /П.Ф. Севрюков, А.Н. Смоляков. – М.: Илекса; Народное образование; Ставрополь; Сервисмаш, 2008.

Интернет - ресурсы

1. http://catalog.alledu.ru/predmet/math/
2. Учебно-информационные комплексы по математике: http://mschool.kubsu.ru/uik/index.htm
3. Сайт-справочник правил, формул и теорем по математике: http://matemathik.narod.ru/
4. Мир Геометрии: http://geometr.info/
5. Страна Математика: http://www.bymath.net/
6. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике):http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm
7. Графики функций" Небольшой сайт в помощь школьнику, изучающему графики функций: определения, примеры, задачник: http://graphfunk.narod.ru/
8. Виртуальная школа юного математика http://math.ournet.md/indexr.html

Методические рекомендации по выполнению различных видов самостоятельной работы.

1. Методические рекомендации по составлению презентаций

Требования к презентации

На первом слайде размещается:
- ✓ название презентации;
- ✓ автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);
- ✓ год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов	
Стиль	⏩ необходимо соблюдать единый стиль оформления; ⏩ нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации; ⏩ вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)

Фон	⏩ для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	⏩ на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста; ⏩ для фона и текста используются контрастные цвета; ⏩ особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
Анимационные эффекты	⏩ нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; ⏩ не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде
Представление информации	
Содержание информации	⏩ следует использовать короткие слова и предложения; ⏩ время глаголов должно быть везде одинаковым; ⏩ следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; ⏩ заголовки должны привлекать внимание аудитории
Расположение информации на странице	⏩ предпочтительно горизонтальное расположение информации; ⏩ наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; ⏩ если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней.
Шрифты	⏩ для заголовков не менее 24; ⏩ для остальной информации не менее 18; ⏩ шрифты без засечек легче читать с большого расстояния; ⏩ нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации; ⏩ для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа; ⏩ нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).
Способы выделения информации	Следует использовать: ⏩ рамки, границы, заливку ⏩ разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки ⏩ рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов
Объем информации	⏩ не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут единовременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений. ⏩ наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.
Виды слайдов	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

2. Методические рекомендации по составлению кроссвордов

В процессе работы обучающиеся:

– просматривают и изучают необходимый материал, как в лекциях, так и в дополнительных источниках информации;
– составляют список слов раздельно по направлениям;
– составляют вопросы к отобранным словам;
– проверяют орфографию текста, соответствие нумерации;
– оформляют готовый кроссворд.

Общие требования при составлении кроссвордов:

– Не допускается наличие "плашек" (незаполненных клеток) в сетке кроссворда;
– Не допускаются случайные буквосочетания и пересечения;
– Загаданные слова должны быть именами существительными в именительном падеже единственного числа;
– Двухбуквенные слова должны иметь два пересечения;
– Трехбуквенные слова должны иметь не менее двух пересечений;
– Не допускаются аббревиатуры (ЗиЛ и т.д.), сокращения (детдом и др.);
– Не рекомендуется большое количество двухбуквенных слов;
– Все тексты должны быть написаны разборчиво, желательно отпечатаны.

Требования к оформлению:

– На каждом листе должна быть фамилия автора, а также название данного кроссворда;
– Рисунок кроссворда должен быть четким;
– Сетки всех кроссвордов должны быть выполнены в двух экземплярах:
  1-й экз. - с заполненными словами;
  2-й экз. - только с цифрами позиций.

Ответы публикуются отдельно. Ответы предназначены для проверки правильности решения кроссворда и дают возможность ознакомиться с правильными ответами на нерешенные позиции условий, что способствует решению одной из основных задач разгадывания кроссвордов — повышению эрудиции и увеличению словарного запаса.

Критерии оценивания составленных кроссвордов:

1. Четкость изложения материала, полнота исследования темы;
2. Оригинальность составления кроссворда;
3. Практическая значимость работы;
4. Уровень стилевого изложения материала, отсутствие стилистических ошибок;
5. Уровень оформления работы, наличие или отсутствие грамматических и пунктуационных ошибок;
6. Количество вопросов в кроссворде, правильное их изложения.

3. Методические рекомендации по оформлению рефератов

Титульный лист.

План работы оформляется с названием «Оглавление»; расположение – по центру.
Список библиографических источников оформляется под заголовком «Литература». Список литературы должен включать все использованные источники: сведения о книгах (монографиях, учебниках, пособиях, справочниках и т.д.) должны содержать: фамилию и инициалы автора, заглавие книги, место издания, издательство, год издания. При наличии трех и более авторов допускается указывать фамилию и инициалы только первого из них со словами «и др.». Наименование места издания надо приводить полностью в именительном

падеже: допускается сокращение названия только двух городов: Москва (М.) и Санкт Петербург (СПб.). Приведенные библиографические источники должны быть отсортированы в алфавитном порядке по возрастанию. Список должен состоять не менее чем из трех источников.

Каждая новая часть работы, новая глава, новый параграф начинается с последующей страницы.

Приложение оформляются на отдельных листах, каждое приложение имеет порядковый номер и тематический заголовок. Надпись «Приложение» 1 (2.3...) оформляется в правом верхнем углу. Заголовок приложения оформляется как заголовок параграфа.

Объем работы не менее 10 листов напечатанных на компьютере (машинке) страниц; оглавление, список литературы и приложения не включаются в указанное количество страниц.

Текст рукописи печатается шрифтом № 14, с интервалом - 1,5.

Поля: слева - 3 см, справа - 1 см, сверху и снизу - 2 см.

Красная строка - 1,5 см . Межабзацный интервал – 1,8.

Название «Оглавление», «Введение», «Заключение», «Приложение», «Литература», а также заголовки глав и параграфов выделяются одинаковым темным, жирным шрифтом.

После цитаты в тексте работы используются знаки: «...», [1, С. 10], где номер библиографического источника берется из списка использованной литературы.

Обращение к тексту приложения оформляется следующим образом: (см. Приложение 1).

Оформление схем алгоритмов, таблиц и формул. Иллюстрации (графики, схемы, диаграммы) могут быть в основном тексте реферата и в разделе приложений. Все иллюстрации именуются рисунками. Все рисунки, таблицы и формулы нумеруются арабскими цифрами и имеют сквозную нумерацию в пределах приложения. Каждый рисунок должен иметь подпись. Например:

Рис.12. Форма главного окна приложения.

На все рисунки, таблицы и формулы в работе должны быть ссылки в виде: «форма главного окна приложения приведена на рис. 12.».

Рисунки и таблицы должны размещаться сразу после той страницы, на которой в тексте записки она упоминается в первый раз. Если позволяет место, рисунок (таблица) может размещаться в тексте на той же странице, где на него дается первая ссылка.

Если рисунок занимает более одной страницы, на всех страницах, кроме первой, проставляется номер рисунка и слово «Продолжение». Например:

Рис. 12. Продолжение

Рисунки следует размещать так, чтобы их можно было рассматривать без поворота записки. Если такое размещение невозможно, рисунки следует располагать так, чтобы для их просмотра надо было бы повернуть работу по часовой стрелке.

Схемы алгоритмов должны быть выполнены в соответствии со стандартом ЕСПД. Толщина сплошной линии при вычерчивании схем алгоритмов должна быть в пределах от 0,6 до 1,5 мм. Надписи на схемах должны быть выполнены чертежным шрифтом. Высота букв и цифр должна быть не менее 3,5 мм.

Номер таблицы размещается в правом верхнем углу над заголовком таблицы, если он есть. Заголовок, кроме первой буквы, выполняется строчными буквами. В аббревиатурах используются только заглавные буквы. Например: ПЭВМ.

Ссылки на таблицы в тексте пояснительной записки должны быть в виде слова табл. и номера таблицы. Например: Результаты тестов приведены в табл. 4.

Номер формулы ставится с правой стороны страницы в круглых скобках на уровне формулы. Например: z:=sin(x)+cos(y); (12).

Ссылка на номер формулы дается в скобках.

Например: расчет значений производится по формуле (12).

Нумеровать страницы работы по книжному варианту: печатными цифрами, в нижнем правом углу страницы, начиная с текста «Введения» (с. 3). Работа нумеруется сквозно, до последней страницы.

В оглавлении указываются начальные страницы всех частей и параграфов работы (название главы отдельной страницы не имеет), кроме списка литературы и приложений (в тексте нумеруются).

Пишется слово «глава», главы нумеруются римскими цифрами, параграфы - арабскими, знак ; не пишется; части работы «Введение». «Заключение», «Литература» нумерации не имеют.

Названия глав и параграфов пишутся с красной строки.

Заголовки «Введение», «Заключение», «Литература» пишутся посередине, вверху листа, без кавычек, точка не ставится.

Объем введения и заключения работы - 1,5-2 страницы печатного текста.

Работа должна быть прошита.

В работе используются три вида шрифта: 1 - для выделения названий глав, заголовков «Оглавление», «Литература», «Введение», «Заключение»; 2 - для выделения названий параграфов; 3 - для текстовки.

4. Методические рекомендации по оформлению сообщений

- ✓ Текст сообщения распечатать на бумаге формата А4.
- ✓ По всем сторонам листа оставить поля от края листа. Размеры: левого поля - 20 мм; правого поля - 10 мм; верхнего поля - 15 мм; нижнего поля - 15 мм.
- ✓ Использовать шрифт TimesNewRoman. Цвет шрифта должен быть чёрным, кегль – 12 пт. Можно использовать компьютерные возможности акцентирования внимания на определённых терминах, применяя различные способы начертания.
- ✓ Заголовки следует располагать в середине строки без точки в конце и печатать прописными буквами, не подчеркивая.
- ✓ Для абзацев, не являющихся заголовками, установить отступ первой строки на 12,5 мм и выравнивание – по ширине. Расстояние между абзацами – 3 пт.
- ✓ Если в сообщении более одной страницы, то страницы следует нумеровать арабскими цифрами.
- ✓ Обязательно напечатать список использованных источников (название статей, сайтов, или др. и адреса Web-страниц). В сообщении должны быть ссылки на используемую литературу.
- ✓ Не забудьте подписать сообщение (указать фамилию, имя учащегося, подготовившего сообщение).

Основное требование к содержанию: **сообщение должно быть информативно и интересно** для большинства обучающихся.

Методические рекомендации обучающимся

по выполнению проектных и исследовательских работ

1. Проект – это твоя самостоятельная творческая разработка.
2. Выполняй проект в следующем порядке:
а) выбери тему;
б) подбери информацию (книги, журналы, компьютерные программы, телепередачи и т.д.);
в) спланируй весь объем работы и организацию её выполнения;
г) выполни теоретическую и практическую части проекта;
д) внеси коррективы в теоретическую часть по результатам выполнения изделия;
е) напечатай графическую часть проекта;
ж) подготовься к защите и оценке качества твоей работы, выполни для защиты демонстрационные наглядные материалы;
з) защити проект.
3. Используй в работе справочную литературу: каталоги, словари, журналы, книги и т.п., а также материалы музеев, выставок и Интернет.

4. Старайся применять в работе современную технику: видеокамеру, компьютер, видео- и аудиомагниоофоны, фото- и ксерокопировальные аппараты, Интернет.

5. Думай о том, как твоя работа пригодится тебе в будущем, старайся связать её с выбранной профессией.

Учебный проект или исследование — это возможность максимального раскрытия своего творческого потенциала. Это деятельность, позволит проявить себя индивидуально или в группе, попробовать свои силы, приложить свои знания, принести пользу, показать публично достигнутый результат. Это деятельность, направленная на решение интересной проблемы, сформулированной зачастую самими учащимися в виде задачи, когда результат этой деятельности — найденный способ решения проблемы — носит практический характер, имеет важное прикладное значение и,

Преподаватель	**Обучающиеся**
1	**2**
1-й этап – погружение в проект	
Формулирует	осуществляет
1) проблему проекта	1)личностное присвоение проблемы
2)сюжетную ситуацию	2)вживание в ситуацию
3)цель и задачи	3)принятие, уточнение и конкретизация цели и задач
2-й этап – организация деятельности	
Организует деятельность – предлагает:	Осуществляют:

4)организовать группы	4)разбивку на группы
5)распределить амплуа в группах	5)распределение ролей в группе
6)спланировать деятельность по решению задач проекта	6)планирование работы
7)возможные формы презентации результатов	7)выбор формы и способа презентации предполагаемых результатов
3-й этап – осуществление деятельности	
Не участвует, но:	Работают активно и самостоятельно:
8)консультирует учащихся по необходимости	8)каждый в соответствии со своим амплуа и сообща
9)ненавязчиво контролирует	9)Консультируются по необходимости
10)дает новые знания, когда у учащихся возникает в этом необходимость	10) «добывают» недостающие знания
11) репетирует с учениками предстоящую презентацию результатов	11)подготавливают презентацию результатов
4-й этап - презентация	
Принимает отчет:	Демонстрируют:
12)обобщает и резюмирует полученные результаты	12)понимание проблемы, цели и задачи
13)подводит итоги обучения	13)умение планировать и осуществлять работу
14) оценивает умения: общаться. Слушать, обосновывать свое мнение и др. (по тесту и карте наблюдений)	14)Найденный способ решения проблемы
	15)рефлексию деятельности и результата
	16)дают взаимооценку деятельности и ее результативности

Этапы работы над проектом

Процедуру работы над проектом можно разбить на 6 этапов. Последовательность этапов работы над проектом соответствует этапам продуктивной познавательной деятельности: проблемная ситуация - проблема, заключенная в ней и осознанная человеком - поиск способов решения проблемы - решение. Этапы работы над проектом можно представить в виде следующей схемы:

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ

- определение руководителей проектов;
- поиск проблемного поля;

- выбор темы и её конкретизация;
- формирование проектной группы.

ПОИСКОВЫЙ

- ***уточнение тематического поля и темы проекта, её конкретизация;***
- ***определение и анализ проблемы;***
- постановка цели проекта.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ

- анализ имеющейся информации;
- ***сбор и изучение информации;***
- поиск оптимального способа достижения цели проекта (анализ альтернативных решений), построение алгоритма деятельности;
- *составление плана реализации проекта: пошаговое планирование работ;*
- анализ ресурсов.

ПРАКТИЧЕСКИЙ

- выполнение запланированных технологических операций;
- текущий контроль качества;
- внесение (при необходимости) изменений в конструкцию и технологию.

ПРЕЗЕНТАЦИОННЫЙ

- ***Подготовка презентационных материалов;***
- ***Презентация проекта;***
- Изучение возможностей использования результатов проекта (выставка, продажа, включение в банк проектов, публикация).

КОНТРОЛЬНЫЙ

- анализ результатов выполнения проекта;
- оценка качества выполнения проекта.

ПОИСКОВЫЙ ЭТАП

При определении тематического поля проекта можно опираться, например, на потребности человека в различных областях жизнедеятельности: школа, дом, досуг, отдых, общественно полезная деятельность, производство и предпринимательство, общение. При этом основополагающим принципом должна стать самостоятельность выбора ученика – основа для формирования его ответственности за процесс и результат работы.

Не понятие "тема", а "тематическое поле", так как тема - это нечто застывшее, раз и навсегда определенное. Тематических полей для проектов неисчерпаемое множество, и перечислить хотя бы наиболее, так сказать, «целесообразные» - дело совершенно безнадежное, поскольку это живое творчество, которое нельзя никак регламентировать.

Первый и самый простой способ: учитель предлагает список примерных тем для работы над проектами, при этом темы могут быть представлены в виде рекламных листовок на информационном стенде.

Это вполне допустимый вариант запуска проектов, особенно в ситуации, когда у учеников еще нет опыта проектной деятельности или сам учитель только начинает работу с использованием метода проектов. Нередко случается и так, что предложенные учителем темы становятся отправной точкой для обсуждения, в ходе которого тема изменяется, корректируется, расширяется и возникает новый замысел.

Как выбрать тему?

Проблема проекта

Для того чтобы начать проект, надо найти проблему, которую можно исследовать и которую хотелось бы разрешить. Она-то и подскажет, как сформулировать тему исследования. А что значит - найти проблему?

Как выявлять проблемы

Древнегреческое слово «problema» переводится как «задача», «преграда», «трудность». Умение увидеть проблему подчас ценится выше, чем способность ее решить.

Главная задача любого исследователя - найти что-то необычное в обычном, увидеть сложности и противоречия там, где другим все кажется привычным, ясным и простым. Самый простой способ развить у себя умение видеть проблемы - учиться смотреть на одни и те же предметы с разных точек зрения.

Подумай и запиши проблемы, которые тебя интересуют.

Какими могут быть темы исследования?

Все темы можно условно объединить в три группы:

фантастические - темы о несуществующих, фантастических объектах и явлениях;

экспериментальные - темы предполагающие проведение собственных наблюдений и экспериментов;

теоретические - темы по изучению и обобщению сведений, фактов, материалов, содержащихся в разных теоретических источниках: книгах, кинофильмах и др.

<u>Требования к теме:</u>

- актуальность, отражение злободневных проблем современной науки и практики, соответствие насущным запросам общества;
- содержательность, информативность и разработанность в науке;
- возможность поиска достаточного количества литературы, наличие элемента новизны (работа в какой-то степени должна выходить за рамки изученного, ибо только тогда она сможет вызвать интерес;
- формулировка темы должна содержать какой-то спорный момент, подразумевать столкновение различных точек зрения на одну проблему. Подобная «проблемность» может быть отражена уже в самом заглавии работы или в его подзаголовках;
- название работы может и не включать в себя слово проблема, но, тем не менее, ***проблемность***должна подразумеваться;
- тема должна быть конкретной.

Возможными источниками проблемы могут выступать противоречия:

- между известным и неизвестным;
- между знаниями и умениями;

- между сложностью задачи и наличием способа ее решения;
- между потребностями и возможностями их реализации

Проблемные ситуации возникают там, где имеется несоответствие между имеющимися знаниями и новыми требованиями. Примером такого противоречия может служить открытие новых фактов, которые не вписываются в известные теории, еще более типичный случай этого противоречия — расхождение между житейскими представлениями и научными знаниями.

Проще говоря, ситуация может приобрести проблемный характер если:

- имеются те или иные противоречия, которые необходимо разрешить,
- требуется установить сходства и различия,
- важно установить причинно-следственные связи,
- необходимо обосновать выбор,
- требуется подтверждение закономерностей примерами из собственного опыта и примеров из опыта — теоретическими закономерностями,
- стоит задача выявления достоинств и недостатков того или иного решения.

Проблема обязательно должна быть взята из реальной жизни, знакомая и значимая для ученика, ее решение должно быть важно для учащегося.

Действия обуч-ся:

- Обсуждает тему.
- Определяет свои потребности.
- Принимает в составе группы (или самостоятельно) решение по поводу темы проекта и аргументирует свой выбор.
- Ищет противоречия, формулирует (возможно, с помощью учителя) проблему.
- Формулирует (индивидуально или в результате обсуждения в группе) цель проекта.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ЭТАП

После постановки цели проекта в первую очередь на этом этапе необходимо определить, какая информация необходима для ее достижения (реализации проекта).

Затем обучающийся рассматривает существующую ситуацию, описывая ее в начальной школе в общих чертах, позже - более детально, с элементами анализа (выделение характеристик, установление причинно-следственных связей и т.п.). Для этого нередко требуется дополнительный информационный поиск.

На основе анализа ситуации обуч-ся может поставить (с помощью учителя, а позже – самостоятельно) проблему или конкретизировать ту проблему, с которой он пришел в проект. Постановке проблемы предшествует выявление противоречий между реальной и желаемой ситуацией.

Затем обучающийся проводит анализ проблемы, выделяя (на начальных этапах с помощью учителя) причины и (в старших классах) последствия ее существования, определяя, решаема ли для него та или иная проблема (может ли он устранить своими силами причины ее существования), заинтересован ли кто-то кроме него в решении этой проблемы. Эта работа позволяет точнее определить тематическое поле проекта.

Цель

Определить цель исследования - значит, ответить себе и другим на вопрос о том, зачем мы его проводим.

На основе выявленной учащимся проблемы, он ставит цель своего проекта. Цель отвечает на вопрос: «ЧТО должно быть изменено в реальной ситуации (чтобы она совпала с идеальной, с точки зрения ученика)?» Определив цель, учащийся предлагает один или несколько способов ее достижения (отвечает на вопрос: «КАКИМ ОБРАЗОМ?»).

Когда учащимся ясна цель проекта, следует организовать работу по определению задач, которые указывают на промежуточные результаты и отвечают на вопрос, ЧТО должно появиться (быть сделано), чтобы цель проекта была достигнута (чтобы результат был получен). Задачи могут решаться в различной последовательности (иногда параллельно группа может работать над решением нескольких задач), их не следует путать с этапами работы (сбор информации, изготовление предмета, подготовка материалов к презентации и т.п.).

Задачи

Задачи исследования обычно уточняют его цель. Если цель указывает общее направление исследовательской деятельности, то задачи описывают основные шаги исследователя.

Затем каждая задача дробится на шаги (отдельные действия, которые ученик выполняет полностью за ограниченный промежуток времени). Затем ученик составляет план работы, расставляя шаги в необходимой последовательности, учитывая то, что некоторые действия он не сможет выполнить без предварительного завершения других шагов. На основании полученного списка шагов учащийся может спланировать необходимые для их реализации ресурсы (в том числе информационные).

Как правило, учащиеся сообщают о соблюдении или нарушении сроков работ, своих успехах или неудачах.

Любой проект должен заканчиваться созданием продукта, который обязательно должен планироваться..

Следует заметить, что нельзя сводить цель деятельности по проекту к получению продукта. Продукт всегда нужен для чего-то, он является средством. Цель может не содержать указания на продукт, а если она содержит такое указание, должно быть понятно, как это средство позволит ученику в достижении его цели.

Нередко возникает противоположная ситуация. Цель проекта – убедить кого-либо в чем-либо, разрешить противоречие в имеющейся информации, принять решение о чем-либо. Тогда учащемуся важен в первую очередь результат, а не продукт.

Действия обучающегося:

- Проводит поиск, сбор, систематизацию и анализ информации.
- Вступает в коммуникативные отношения с целью получить информацию.
- Осуществляет выбор.
- Осуществляет процесс планирования.
- Оценивает ресурсы.
- Определяет свое место (роль) в проекте.
- Представляет продукт своей (групповой) деятельности на данном этапе.
- Проводит оценку (самооценку) результатов данного этапа работы.

Гипотеза

Гипотеза - это предположение, еще не доказанная логически и не подтвержденная опытом догадка. Слово «гипотеза» происходит от древнегреческого «hypothesis» - основание, предположение, суждение о закономерной связи явлений. Обычно гипотезы начинаются со слов «предположим», «допустим», «возможно», «если …, то

…».

Вам для решения проблемы потребуется гипотеза или несколько гипотез - предположений о том, как проблема может быть решена.

В результате исследования гипотеза подтверждается или опровергается. В случае своего подтверждения она становится теорией, а если ее опровергнуть, то гипотеза превращается в ложное предположение.

Запишите свою гипотезу. Если гипотез несколько, то их надо пронумеровать, поставив самую важную на первое место, менее важную на второе и так далее.

ПРАКТИЧЕСКИЙ ЭТАП

На этом этапе учащиеся реализуют запланированные шаги (действия), выполняют текущий контроль. При работе над проектом учащиеся реализовывают (осваивают) различные технологии деятельности, новые *способы деятельности (*видеосъемка, работа с компьютером, проведение социологических исследований, сварка и т.д.).

На этом этапе наиболее высока степень самостоятельности учащихся, а учитель выступает преимущественно в роли консультанта.

Действия обучающегося:

- Выполняет запланированные действия самостоятельно, в группе или в комбинированном режиме.
- Осуществляет текущий самоконтроль и обсуждает его результаты.
- При необходимости консультируется с учителем (экспертом).

Организация и методика работы над проектом

Как составить план исследовательской работы?

Перед началом работы нужно обязательно составить его предварительный план. Однако надо помнить, что при проведении исследовательской работы этот план обычно приходится изменять и совершенствовать, потому что исследование представляет собой творческий процесс, в ходе которого постоянно приходится что-то дополнять, а от чего-то отказываться.

Для того чтобы составить план, надо ответить на вопрос: «Как мы можем узнать что-то новое о том, что исследуем?» Для этого надо определить, какие инструменты или методы ты можешь использовать, а затем выстроить их по порядку.

Предлагаем список доступных методов исследования:

• подумать самостоятельно;

• прочитать книги о том, что вы исследуете;

• познакомиться с кино- и телефильмами;

• найти информацию в глобальных компьютерных сетях, например, в сети Интернет;

• спросить у других людей;

• понаблюдать;

• провести эксперимент.

Необходимо учитывать, что и подбор методов, и план работы зависят от того, что вы исследуете. Например, если вы изучаете поведение вороны, то можете использовать все названные выше методы: подумать, что вам уже известно о вороне; расспросить других об этой птице; поискать информацию в книгах и в Интернете. О воронах достаточно большое количество фильмов, и вы можете многие из них посмотреть. Можно провести наблюдение за поведением ворон, и даже поэкспериментировать с ними.

А вот если вы исследуете проблему защиты Земли от крупных астероидов, то понаблюдать и уж тем более провести эксперимент вам, скорее всего, не удастся. Вы вынуждены будете ограничиться собственными суждениями и умозаключениями, чтением литературы, изучением специальных фильмов, беседами со специалистами, математическими расчетами. А если все же вы попытаетесь провести эксперимент, то он возможен только на моделях - уменьшенных копиях Земли и астероидов.

Отметим основные особенности указанных выше методов исследования.

1) Подумать самостоятельно

Наверное, с этого лучше всего начинать любую проектную работу. Можно задать себе вопросы:

• Что я знаю об этом?

• Какие суждения могу высказать по этому поводу?

• Какие выводы и умозаключения я могу сделать из того, что мне уже известно?

2) Прочитать книги о том, что вы исследуете

Если предмет исследования подробно описан в доступных для вас книгах, их надо обязательно посмотреть. Ведь совсем не обязательно открывать то, что до вас уже открыто. Изучив уже известное, можно двигаться дальше. Открывать новое!

Начать можно со справочников и энциклопедий. В наше время издается много различных энциклопедий и справочников для детей и взрослых. Они обычно хорошо иллюстрированы, их тексты, как правило, содержат очень много интересной информации. Если ее оказывается недостаточно, то следует прочитать книги с подробным описанием изучаемого вами объекта или явления.

Запишите все, что вы узнали из книг.

3) Познакомиться с кино- и телефильмами

Много новой информации содержится не только в книгах, но и в различных научных, научно-популярных и художественных фильмах. Это настоящий клад для исследователя. Не забудьте об этом источнике!

Запишите все, что вы узнали нового из фильмов.

4) Найти информацию в глобальных компьютерных сетях, например, в сети Интернет

Компьютер - верный помощник современного исследователя. Ни один ученый уже не может работать без него. Компьютер помогает решать самые разные исследовательские задачи: строить математические модели, проводить эксперименты с компьютерными (виртуальными) копиями объектов, готовить тексты, чертежи, схемы, рисунки.

В глобальных компьютерных сетях содержится много информации практически обо всем, что вас может заинтересовать.

Запишите все, что вам помог узнать компьютер.

5) Спросить у других людей

Людей, с которыми следует побеседовать о предмете исследования, можно условно поделить на две группы: специалисты и неспециалисты.

1. К специалистам мы отнесем всех, кто профессионально занимается тем, что вы исследуете. Это могут быть ученые, например, профессор из университета или работник научно-исследовательского института. В школе их найти трудно. Но им можно позвонить или написать письмо, отправив его по обычной или электронной почте.

Специалистом может быть и учитель. Например, учитель физики или астрономии может рассказать о космосе много нового, того, что не входит в обычные школьные программы.

Специалистами могут оказаться и папа, и мама, и дедушка, и бабушка. Например, исследуя характер вооружения войск специального назначения, вы вспоминаете, что ваш дедушка был офицером. Это значит, что он вполне может быть экспертом.

2. Неспециалистами для вас будут остальные люди. Их тоже целесообразно расспросить. Вполне может быть, что кто-то из них знает что-то очень важное о том, что вы изучаете.

Например, вы разрабатываете проект новой технологии посадки картофеля и спрашиваете об этом у своей бабушки, которая работает учителем математики в школе. А она рассказывает, как читала об эксперименте педагога А. Иванова. В 80-е годы прошлого века в Санкт-Петербурге (Ленинграде) его ученик изобрел способ посадки картофеля в капроновую сетку, который используют сейчас во многих странах. Вот вам и неспециалист!

Запишите информацию, полученную от других людей.

6) Понаблюдать

Интересный и доступный способ добычи новых знаний - наблюдение. Надо понимать и помнить, что смотреть и слушать может каждый, а вот видеть и слышать способны не все. Смотрим мы глазами, слушаем ушами, а видим и слышим умом.

Например, каждый может увидеть, как ведут себя дети на перемене в школе; посмотреть, как они двигаются; послушать, какие они издают звуки. Но только умный, наблюдательный исследователь, глядя на поведение своих одноклассников в школе, может сделать много интересных выводов, суждений и умозаключений.

Для наблюдений человек создал множество приспособлений: простые лупы, бинокли, подзорные трубы, телескопы, микроскопы, перископы, приборы ночного видения. Есть приборы и аппараты, усиливающие нашу способность различать звуки и даже электромагнитные волны. Об этом надо помнить и все это также можно использовать в ваших исследованиях.

Запишите информацию, полученную с помощью наблюдений.

7) Провести эксперимент

Слово «эксперимент» происходит от латинского «experimentum» и переводится на русский как «проба, опыт». Это ведущий метод познания в большинстве наук. С его помощью в строго контролируемых и управляемых условиях исследуются самые разные явления.

Эксперимент предполагает, что вы активно воздействуете на то, что исследуете. Так, например, вы можете экспериментально определить, при какой температуре замерзают разные жидкости (вода, молоко, солярка и др.); как быстро способен обучиться ваш щенок или котенок новым командам; как относится к различной музыке ваш попугай; какие овощи и фрукты больше всего любит ваша черепаха.

Опишите сначала планы, а затем результаты своих экспериментов.

ПРЕЗЕНТАЦИОННЫЙ ЭТАП

Каждый проект должен завершаться получением какого-либо продукта: видеофильм, альбом, газета, бюллетень, зимний сад, альманах, аппарат, сайт, костюм, исковое заявление, макет, словарь, электромагнит, атлас, макет, передвижная выставка, генеалогическое древо, электродвигатель, сбор лекарственных трав и т.д.

Не исключено, что продуктом проектной деятельности может являться реферат, но такая форма самостоятельной работы, как подготовка реферата, строится по другим законам, по другой технологии, нежели работа над проектом. Написание реферата направлено, скорее, на расширение или углубление знаний, развитие общеучебных умений, а не на решение личностно-значимой для учащегося проблемы.

Подготовка к защите

Собраны все сведения, сделаны все необходимые расчеты и наблюдения, проведены эксперименты. Теперь нужно кратко изложить на бумаге самое главное и рассказать об этом людям. Причем все предложенные вами мысли, новые идеи и информация должны быть доказаны. Поэтому ученые говорят, что результаты исследования надо не просто докладывать - их надо защищать.

Для этого потребуется:

• дать определения основным понятиям, используемым в исследовании;

• классифицировать основные предметы, процессы, явления и события;

• выявить и обозначить все замеченные вами парадоксы;

• ранжировать основные идеи исследования;

• предложить сравнения и метафоры;

• выработать суждения и умозаключения;

• сделать выводы по результатам исследования;

• указать возможные пути дальнейшего изучения исследованного явления или объекта;

• подготовить текст выступления;

• приготовить тексты, макеты, схемы, чертежи и другие пособия;

• подготовиться к ответам на вопросы.

Как это сделать?

1. Дать определения основным понятиям, используемым в исследовании

Понятия - это краткие и точные характеристики предметов. В них фиксируются самые важные, устойчивые свойства и признаки предметов. Готовясь защитить свою исследовательскую работу, обязательно подумайте, как можно кратко выразить основные понятия вашего исследования.

Как научиться давать определения понятиям? Существуют приемы очень похожие на определения понятий. Воспользуйтесь ими.

Описание - это простое перечисление внешних черт предмета с целью не строгого различения его и сходных с ним предметов. Описание обычно включает как существенные, так и несущественные признаки.

Описать объект - значит ответить на вопросы: «Что это такое?», «Чем этот объект отличается от других?», «Чем этот объект похож на другие?»

Характеристика предполагает перечисление лишь некоторых внутренних, существенных свойств предмета, а не только его внешнего вида, как это делается с помощью описания.

Например, попытаемся охарактеризовать жирафа: «Жираф - это добродушное животное, он никого никогда не обижает. У него добрые глаза и совсем маленькие рожки».

Разъяснение посредством примера используется тогда, когда легче привести пример или примеры, иллюстрирующие данное понятие, чем дать его строгое определение. Например, игрушки - это куклы, машинки, кубики, мячи и т.п.; полезные ископаемые - это уголь, нефть, газ и т.п.

Сравнение позволяет выявить сходства и различия предметов. Люди во все времена, желая понять, как устроена Вселенная, обращались к сравнению. Химик и врач, живший в эпоху Возрождения, Парацельс (1493-1541) сравнивал мир с аптекой, великий драматург Уильям Шекспир утверждал, что весь мир - театр, многие современные ученые сравнивают мозг человека с компьютером.

Различение дает возможность установить отличие данного предмета от сходных с ним предметов. Например, яблоко и помидор очень похожи, но яблоко - фрукт, а помидор - овощ, яблоко имеет один вкус, а помидор - другой и т.д.

2. Классифицировать основные предметы, процессы, явления и события

Классификацией называют деление предметов и явлений на основе общих существенных признаков. Классификация разбивает рассматриваемые объекты на группы, чтобы их упорядочить, и придает вашему мышлению строгость и точность.

Классификация может быть как простой, так и многоступенчатой, разветвленной. Например, мы классифицируем выращенные на даче дары лета на овощи и фрукты - это простая одноступенчатая классификация. Другой пример - классифицируем знаки, которыми обычно пользуется человек для сообщения информации: буквы, цифры, иероглифы, символы. В свою очередь, буквы можно разделить на кириллицу и латиницу; цифры - на римские и арабские; иероглифы - на китайские, японские, корейские; символы - на математические и музыкальные. Как несложно заметить, это многоступенчатая классификация. Всякая классификация имеет цель. От нее зависит выбор основания классификации. Поскольку целей может быть очень много, то одна и та же группа предметов может быть классифицирована по разным основаниям.

3. Выявить и обозначить все замеченные вами парадоксы

Парадоксом называют утверждение, резко расходящееся с общепринятыми мнениями или наблюдениями. Слово парадокс образовано от греческого «paradoxos» - неожиданный, странный, невероятный. В современном значении парадоксом называют два противоположных утверждения, для каждого из которых имеются убедительные аргументы.

Известно, например, что по законам аэродинамики майский жук не может летать. Масса его тела, площадь крыльев и другие характеристики не должны позволять это делать. Но, может быть, потому, что законов аэродинамики жук не знает, а возможно, и по другим причинам, он летает. Парадокс.

Вот еще несколько парадоксов знакомых всем: металл тонет в воде, но почему корпуса кораблей делают из металла; металл тяжелее воздуха, но почему самолеты делают из металла и они летают.

В тексте своего доклада о проведенном исследовании необходимо отметь все найденные вами парадоксы.

4. Ранжировать основные идеи

Слово «ранжирование» происходит от слова «ранг». В переводе с немецкого языка оно означает звание, чин, разряд. Ранжировать идеи означает выстраивать их по степени важности, то есть определять, какая идея самая главная, какая занимает по значимости второе место, какая - третье и так далее.

Умение отделять главные идеи от второстепенных - важнейшая особенность мыслящего ума.

5. Предложить сравнения и метафоры

Полученный в исследовании материал будет лучше воспринят другими, если будут приведены примеры, сделаны сравнения и сопоставления, использованы метафоры. Метафора - это оборот речи, заключающий скрытое уподобление, образное сближение слов на основе их переносного значения.

6. Выработать суждения и умозаключения

Суждение - это высказывание о предметах или явлениях, состоящее из утверждения или отрицания чего-либо. Мыслить - значит высказывать суждения. На основе проведенного исследования надо высказать собственные суждения о том, что исследовалось.

Умозаключением называется форма мышления, с помощью которой выводится новое знание из того, что уже известно. Умозаключение позволяет мышлению проникать в глубины предметов и явлений, которые скрыты от прямого наблюдения.

Без суждений и умозаключений не обойтись, когда вы делаете выводы о результатах собственной исследовательской работы. Важно, чтобы они были точны и опирались на факты, полученные в исследовании.

7. Сделать выводы по результатам исследования

Исследование теряет смысл, если исследователь не сделал выводов и не подвел его итогов.

8. Указать возможные пути дальнейшего изучения рассматриваемого явления или объекта

Для настоящего творца завершение одной работы не означает просто окончание исследования - это начало работы следующей. Поэтому надо обязательно отметить, что и как в этом направлении можно исследовать в дальнейшем.

9. Подготовить текст выступления

Для того чтобы лучше и полнее донести свои идеи до тех, кто будет рассматривать результаты исследовательской работы, надо подготовить текст доклада. Он должен быть кратким, и его лучше всего составить по такой схеме:

1) почему избрана эта тема;

2) какой была цель исследования;

3) какие ставились задачи;

4) какие гипотезы проверялись;

5) какие использовались методы и средства исследования;

6) каким был план исследования;

7) какие результаты были получены;

8) какие выводы сделаны по итогам исследования;

9) что можно исследовать в дальнейшем в этом направлении.

Запиши текст доклада.

10. Приготовить тексты, макеты, схемы, чертежи и другие пособия

К примеру, вы исследовали маршруты движения муравьев в соседнем парке, проектировали жилой дом будущего, космический корабль для туристических поездок или новую суперсовременную подводную лодку. Ваш доклад будет воспринят лучше, если сделать макет, чертеж или рисунок объекта вашего исследования.

А если вы изучали, как влияет место расположения ученика в классе (то есть за какой партой он сидит) на его успехи в учебе, и предлагаете новые способы расстановки парт в классной комнате, то обязательно начертите схему, как, по вашему мнению, следует размещать учеников на уроке, чтобы они все учились хорошо.

Нарисуйте эскизы схем, чертежей, макетов и др.

Делая наглядные материалы - макеты, схемы, чертежи, рисунки надо понимать, что они могут не только показать сильные стороны проделанной работы, но и открыть слабые места в вашем исследовании.

11. Подготовиться к ответам на вопросы

В научном мире принято, что защита исследовательской работы - мероприятие открытое и на нем может присутствовать любой желающий. Все присутствующие могут задавать вопросы автору исследования. К ответам на них следует подготовиться. Для того чтобы это сделать, надо предугадать, какие вопросы могут быть заданы. Конечно, все вопросы никогда не предугадаешь, но можно не сомневаться, что будут спрашивать об основных понятиях и требовать их ясных формулировок. Как правило, спрашивают, как получена та или иная информация и на каком основании сделан тот или иной вывод.

Готовясь к ответам на вопросы, помните, что главный залог ваших успешных ответов - свободное владение материалом своего исследования.

Действия обучающегося:

- Выбирает (предлагает) форму презентации.
- Готовит и проводит презентацию.
- При необходимости консультируется с учителем (экспертом).
- Выступает в качестве эксперта, т.е. задает вопросы и высказывает критические замечания (при презентации других групп \ учащихся).

Оформление проектной папки

Проектная папка – один из обязательных выходов проекта, предъявляемых на защите (презентации) проекта.

Задача ***папки*** на защите – показать ход работы проектной группы.

Кроме того, грамотно составленная ***проектная папка*** позволяет:

- чётко организовать работу каждого участника проектной группы;
- стать удобным коллектором информации и справочником на протяжении работы над проектом;
- объективно оценить ход работы над завершённым проектом;
- судить о достижениях и росте участников проекта на протяжении его выполнения.

В состав ***проектной папки*** входят:

1) паспорт проекта, листы *«портфолио»* с пошаговым планом выполнения проекта и отдельных его этапов, промежуточными отчётами группы, записями всех идей, гипотезами и решениями, кратким описанием всех проблем, с которыми приходилось сталкиваться проектантам, и способами их преодоления;

2) вся собранная информация по теме проекта, в том числе необходимые ксерокопии и распечатки из Интернета;

3) результаты исследований и анализа;

4) эскизы, чертежи, наброски продукта, анкетирование, опросы, результаты исследования, графики, фотографии;

5) материалы к презентации (сценарий);

6) другие рабочие материалы и черновики группы.

В наполнении проектной папки принимают участие все участники группы.

Записи учащихся должны быть по возможности краткими, в форме небольших набросков и аннотаций.

Паспорт проекта

Паспорт проектной работы состоит из следующих пунктов:

1. Название проекта.

2. Руководитель проекта.

3. Консультант(ы) проекта.

4. Предметная область, в рамках которой проводится работа по проекту.

5. Возраст учащихся, на которых рассчитан проект.

6. Состав проектной группы (Ф. И. обучающихся, курс, группа).

7. Предполагаемое распределение ролей в проектной группе.

8. Типология проекта.

9. Цель проекта (практическая и педагогическая).

10. Задачи проекта (акцент на развивающих задачах).

11. Необходимое оборудование.

Рекомендации по оформлению творческого проекта.

Тема проекта: ____

Руководитель проекта:____

____

(ФИО обучающегося) (курс) (группа)

____

____

Учебный год 20__ - 20__ .

Способ подготовки и защиты проекта:

Проблема проекта ____

Задача проекта ____

Перечень литературы и других учебных материалов, использованных при подготовки проекта____

Распределение функций между участниками разработки проекта

(для группового способа).

Ф.И.О.	Раздел проекта или функциональные обязанности	Сроки исполнения

Эффективность презентации

ПРЕЗЕНТАЦИЯ – это убеждение, форма коммуникации. Ее цель ограничена, она и не должна быть всеобъемлющей. Чувство цвета, линии, композиции, пропорции, гармонии, способность к образному мышлению, знание психологии цвета помогут создать эффективную презентацию результата, обеспечить ее успех.

Презентация по своей сути предназначена для демонстрации полученного продукта, а не для рассказа о процессе работы над проектом. Достаточно распространенным является стремление учителя включить в итоговый продукт все, что было создано учеником во время работы над проектом. Такое стремление идет вразрез с задачами по формированию способности к текущему контролю, анализу и отбору информации, к оценке результата. Понятно и объяснимо желание педагога услышать во время презентации о том, чему научились и что узнали ученики в процессе работы. Но <u>на презентации</u> в первую очередь <u>должен быть представлен продукт</u> проектной работы.